

## **”Näpy näpy... ja sitten saa eläimen laatikkoon” -tutkimus matikkapelin kielentämisestä**

Helsingin yliopisto  
Kasvatustieteiden maisteriohjelma  
Luokanopettajan opintosuunta  
Pro gradu -tutkielma 30op  
Kasvatustiede  
Huhtikuu 2021  
Noora Särösalmi

Ohjaajat: Anu Laine, Markku Hannula



|  |   |  |
|--|---|--|
| Tiedekunta - Fakultet - Faculty<br>Kasvatustieteellinen tiedekunta, Kasvatustieteiden maisteriohjelma  |   |  |
| Tekijä - Författare - Author<br>Noora Särösalmi  |   |  |
| Työn nimi - Arbetets titel<br>"Näpy näpy, ja sitten saa eläimen laatikkoon" – tutkimus matikkapelin kielentämisestä  |   |  |
| Title<br>"Klick, klick..and then you get the animal in to the box" – research of languaging mathgame   |   |  |
| Oppiaine - Läroämne - Subject<br>Kasvatustiede   |   |  |
| Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare -<br>Level/Instructor<br>Pro gradu -tutkielma / Anu Laine ja Markku<br>Hannula  | Aika - Datum - Month and<br>year<br>04/2021 | Sivumäärä - Sidoantal - Number of<br>pages<br>79 s |
| Tiivistelmä - Referat - Abstract<br><p>Tämän tutkimuksen tarkoituksena on tuottaa tietoa oppilaiden kielentämisen tavoista. Tutkimus pyrkii kuvailemaan, miten oppilaat kertovat ajattelustaan ja toiminnastaan pelatessaan matematiikan opetukseen suunniteltuja tietokonepelejä. Tutkimuksen teoriassa keskitytään Jorma Joutsenlahden kielentämisen nelikenttämalliin. Pelaajien puhetta luokitellaan neljän kielen; luonnollisen-, symboli-, kuvio- ja toiminnan kielen kautta. Kielet ja niiden erityispiirteet esitellään teorialuvussa.</p> <p>Tutkimukseen osallistui oppilaita eri puolilta Etelä-Suomea. Osallistujia oli 6 ja he olivat 2. – 5. luokkalaisia. Osallistujat pelasivat DragonBox – koulu aineiston pelejä. Tutkimus toteutettiin videoimalla pelitilanteita videopuhelun välityksellä, koska vallitseva Covid19-tilanne teki kasvokkain tehtävän aineistonkeruun mahdottomaksi. Tutkimus toteutettiin tapaustutkimuksena ja analyysimenetelmänä oli sisällön analyysi, jossa hyödynnettiin sekä laadullisen että määrällisen tutkimuksen menetelmiä.</p> <p>Tämän tutkimuksen valossa vaikuttaisi siltä, että oppilaan puheen määrällä on vaikutusta matematiikkapuheen määrään. Mitä enemmän oppilas puhui peliä pelatessaan, sitä enemmän hän myös käytti matemaattisia sanoja. Matematiikan määrään puheessa vaikutti myös aihealueen tuttuus, pelaaja, joka tiesi symbolille matemaattisen nimen, myös käytti sitä puheessaan. Pelaajien puheessa ja toiminnassa oli havaittavissa kaikkia neljää kieltä, luonnollinen kieli oli suurimmassa roolissa, siihen liittyi vahvasti toiminnan kieli pelaamisen kautta. Myös symbolikieltä käytettiin pelin yhteydessä. Pelit itsessään sisälsivät paljon kuviokieltä, pelaajat tunnistivat kuvioita jonkin verran, mutta pelitehtävissä ei ollut kuvioiden tuottamiseen liittyviä osioita. Tutkimuksen tulokset antavat lisätietoa opettajille ja muille lasten kanssa toimiville aikuisille kielentämisen ulottuvuuksista ja sen hyödyistä.</p> |   |  |
| Avainsanat - Nyckelord<br>kielentäminen, matematiikan kieli, oppimispeli   |   |  |
| Keywords<br>languaging, mathematical language, pedagogical games   |   |  |
| Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited<br>Helsingin yliopiston kirjasto – Helda / E-thesis (opinnäytteet)   |   |  |
| Muita tietoja - Övriga uppgifter - Additional information  |   |  |



|  |  |   |
|--|--|---|
| Tiedekunta - Fakultet - Faculty<br>Educational Sciences  |  |   |
| Tekijä - Författare - Author<br>Noora Särösalmi  |  |   |
| Työn nimi - Arbetets titel<br>"Näpy näpy, ja sitten saa eläimen laatikkoon" – tutkimus matikkapelin kielentämisestä  |  |   |
| Title<br>"Klick, klick..and then you get the animal in to the box" – research of languaging mathgame   |  |   |
| Oppiaine - Läroämne - Subject<br>Teacher.s Education   |  |   |
| Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare - Level/Instructor<br>Master's Thesis / Anu Laine and Markku Hannula  | Aika - Datum - Month and year<br>04/2021 | Sivumäärä - Sidoantal - Number of pages<br>79 pp. |
| Tiivistelmä - Referat - Abstract<br><p>The purpose of this research is to produce knowledge of languaging. The research strives to describe how students talk about their thoughts and actions while playing games designed to teach mathematics. This research is based on Jorma Joutsenlahti's theories of languaging. The speech of the players is rated by four languages: natural, symbolic, figure and action. These languages and their specific traits are presented in the theory chapter.</p> <p>There were six participants from different parts of southern Finland. The players were from grades 2<sup>nd</sup> to 5<sup>th</sup>. The games were from DragonBox - School. The material was collected by recorded videostreams, because current Covid19-situation made it impossible to meet face to face. This is a case study research. The analysis was made by content analysis using both quality and quantity methods.</p> <p>In the light of this research, the amount of the talk has effect on mathematical speech. The more student talked during the game, the more there were use of mathematical language. Also, the familiarity of mathematical terms increased the use of language. All the four languages were noted in the players talk. The natural language was in the largest role, strongly connected to action through gaming. Also, the symbolic language was used during the games. The games itself contained lot of figurative language; the players recognized some of the figures. There were no tasks in the game to produce figures. The result of this study gives information about languaging.</p> |  |   |
| Avainsanat - Nyckelord<br>kielentäminen, matematiikan kieli, oppimispeli   |  |   |
| Keywords<br>languaging, mathematical language, pedagogical games   |  |   |
| Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited<br>Helsinki University Library – Helda / E-thesis (theses)   |  |   |
| Muita tietoja - Övriga uppgifter - Additional information  |  |   |



## Sisällys

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1   | JOHDANTO.....  | 1  |
| 2   | MATEMATIIKAN KIELENTÄMINEN .....   | 4  |
| 2.1 | Matematiikka koulussa.....   | 4  |
| 2.2 | Matematiikan kieli .....   | 8  |
| 2.3 | Kielentäminen.....   | 11 |
| 2.4 | Kielentäminen osana koulutyötä .....   | 16 |
| 3   | TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET.....                                     | 18 |
| 4   | TUTKIMUKSEN TOTEUTUS.....  | 19 |
| 4.1 | Tutkimusasetelma ja aineiston hankinta.....                                    | 20 |
| 4.2 | Tutkimuksen osallistujat.....  | 21 |
| 4.3 | DragonBox–materiaali .....   | 23 |
|     | Numbers .....  | 24 |
|     | BigNumbers .....   | 27 |
|     | Algebra 5+ .....   | 28 |
|     | Algebra 12+ .....  | 30 |
| 4.4 | Pelitilanteet .....  | 31 |
| 4.5 | Aineiston analyysi .....   | 46 |
|     | Pelitilanteissa esiin nousseita tapoja kielentää matemaattista ajattelua ..... | 47 |
|     | Pelin kuvakielen vaikutus pelaajan puheeseen .....                             | 47 |
| 5   | TUTKIMUSTULOKSET .....   | 53 |
| 5.1 | Pelitilanteissa esiin nousseita tapoja kielentää matemaattista ajattelua ..... | 53 |
| 5.2 | Pelin kuvakielen vaikutus pelaajan puheeseen .....                             | 62 |
| 5.3 | Yhteenveto .....   | 65 |
| 6   | LUOTETTAVUUS.....  | 69 |
| 7   | POHDINTAA .....  | 72 |
|     | LÄHTEET .....  | 75 |

# 1 Johdanto

*”Saa opiskelijat puhumaan matematiikasta – saat opiskelijat ajattelemaan matematiikkaa.”*

*(Joutsenlahti, 2019)*

Kielentämisen juuret juontuvat matematiikan ja kielten opetuksen didaktiseen tutkimukseen 1990-luvulle. Suomessa kielentämistä on tutkittu laajemmin 2000-luvun alkuvuosista lähtien. Ensimmäisten joukossa kielentämisen käsitettä tieteellisesti Suomessa on käsitellyt Jorma Joutsenlahti (2003). Hän liitti kielentämisen eteenkin käsitteenmuodostusprosessiin, reflektointiin sekä ajatusten jäsentämiseen. Joutsenlahti laajensi kielentämisen käsitettä tutkimuksissaan ja yhdisti sen sosiaaliseen vuorovaikutukseen sekä oppilaan käsityksiin itsestään oppijana ja opeteltavasta asiasta (Joutsenlahti, 2003). Tutkimusten myötä kielentäminen on nostettu Suomessa yhdeksi opetusmenetelmäksi, siitä uskotaan olevan laajasti hyötyä kaikenlaisille oppijoille (Joutsenlahti & Kulju, 2015).

Kielentäminen tarkoittaa toimintaa, jossa saatetaan ajatus kielelliseen muotoon (Kielitoimiston sanakirja; [www.kielitoimistonsanakirja.fi](http://www.kielitoimistonsanakirja.fi)). Samainen sanakirja määrittää termin reflektoida mietiskelyksi, pohtimiseksi ja heijastamiseksi. Tässä tutkimuksessa reflektointi käsittää itsearviointin, joka on oman toiminnan vertaamista tavoitteisiin, arvioinnin pohjalta tehtävän mietiskelyn oman toiminnan muokkaamisen tarpeista sekä pohdinnan tarvittavista toimenpiteistä muutoksen aikaansaamiseksi.

Kielentäminen mainitaan myös opetussuunnitelman perusteissa (POPS 2014), ja tutkimusten valossa kielentämisestä näyttäisi olevan hyötyä sekä nopeasti asioita omaksuville että myös hitaammin oppiville. Kielentämisen voi ajatella olevan oppiaineita yhdistävä metataito, joka liittyy eteenkin laaja-alaisen taitojen osa-alueilla (eteenkin ajattelun taidot ja oppimaan oppiminen). (Joutsenlahti & Kulju, 2015.) Matematiikassa kielentäminen voi tapahtua joko ääneen toisille puhut-

tuna, kirjoittamalla tai ajattelemalla sisäisenä puheena (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018), tässä tutkielmassa keskityn lähinnä ääneen puhuttuun, suullisen kielentämiseen, ja siihen liitettyyn toimintaan.

Vuorovaikutuksella on tärkeä osa sosiokonstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaisessa oppimis-opetusprosessissa. Tätä vuorovaikutteisuutta pyritään vahvistamaan ja tukemaan luokkahuoneissa luomalla oppimista edistävää keskustelukulttuuria. Matematiikan opetuksessa tavoitteena on edesauttaa sellaisen keskustelun syntymistä, joka liittyy matematiikkaan. (Laitinen, Rantamäki, Joutsenlahti, 2015.)

Matematiikka on moniulotteinen asia. Erään määritelmän mukaan matematiikan tieto rakentuu kahdesta osasta; menetelmätiedosta sekä käsitetiedosta. Jotta oppilaan matematiikantaito kehittyisi, on hänen opittava luomaan yhteyksiä näiden kahden tiedonosan välille. Toistojen ja rutiininomaisen laskemisen avulla on perinteisessä matematiikanopetuksessa pyritty siihen, että rutiinin kautta mahdollistuisi myös käsitteiden omaksuminen. (Laitinen, ym. 2015.) Matematiikan oppimista haastaa esimerkiksi menetelmätiedon ja käsitetiedon jääminen toisistaan irrallisiksi kokonaisuuksiksi (Laitinen, ym. 2015) ja kielentämisen avulla voi olla mahdollista luoda yhteyksiä näiden kahden kokonaisuuden välille. Kun oppilas puhuu ääneen omaa ajatusprosessiaan, hän samalla myös tulee jäsentäneeksi omaa ajatteluaan (Joutsenlahti, 2003).

Kielellä on oma roolinsa matematiikassa ja voidaankin ajatella, että matematiikan osaaminen ja oppiminen vaatii monilukutaitoa (Lehtonen, 2015). Monilukutaito terminä yhdistää kielitiedon moniulotteisesti niin, että se sisältää luku-, kirjoitus-, puheentuottamisen-, kuuntelemisen, kuvien luomisen ja katsomisen taidot (Laitinen, ym. 2015). Luonnollisen kielen avulla esitetään, selitetään ja perusteellaan matemaattisia tehtäviä tai ongelmia ja niiden ratkaisuja. Symbolikielen avulla ilmaistaan kokonaisuuksia, matemaattisia prosesseja sekä niiden välisiä suhteita sekä ratkaisuja. Kuviokielellä tehdään matematiikkaa näkyväksi. (Lehtonen, 2018.)

Tässä Pro gradu – tutkielmassa syvennyn oppilaiden tapaan kielentää omaa matemaattista toimintaa osana matikkapelin pelaamista. Tutkielmassa käytetty aineisto on kerätty DragonBox – koulu -oppimateriaalin pelien avulla. DragonBox-koulun pelit ovat palkittuja ja visuaaliselta ilmeeltään rikkaita pelejä, näistä syistä ne valikoituivat tämän tutkimuksen peleiksi.

Kouluissa käytetään pelejä osana opetusta. Oppilaat pelaavat joko yksin tai yhdessä jotakin peliä, johon on lisätty tai alunalkaenkin sisällytetty jokin pedagoginen ulottuvuus. Pelien käytön tavoitteena on, että oppilaat oppivat asioita hausalla, motivoivalla ja teknologiaa hyödyntävällä tavalla. Tässä tutkimuksessa havainnoidaan sitä, miten pelaaja itse kertoo toiminnastaan pelatessaan matematiikan oppimiseen tähtäävää peliä. Tavoitteena ei ole analysoida itse peliä, vaan peli toimii tässä tutkimuksessa toimintakenttänä, jossa kielentämistä havainnoidaan.

Tavoitteenani on tutkia, minkälaista puhetta oppilas tuottaa, hänen kertoessa omin sanoin toimimisestaan matematiikan tehtävää tehdessään. Pyrin myös havainnoimaan, onko pelin sisältämällä matematiikkaan liittyvillä kuvilla yhteyttä matemaattisten sanojen käyttöön pelin aikaisessa puheessa. Seuraavissa luvuissa esittelen tarkemmin kielentämistä matematiikan näkökulmasta, matematiikkapuhetta ja matemaattisen taidon arviointia.

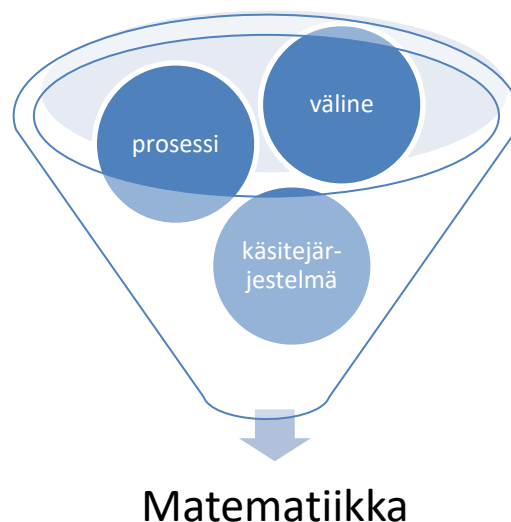
## 2 Matematiikan kielentäminen

Tässä luvussa esittelen matematiikkaa tiedonalana sekä koulun oppiaineena. Esittelen teoriapohjan, jonka päälle olen oman tutkimukseni rakentanut. Erityisesti esittelen tavan, jolla olen rajannut laajasta teoriasta ne termit, käsitteet ja toimintatavat, joita olen omassa tutkimuksessani hyödyntänyt.

Keskeistä tutkimuksessani on kielentämisen termi ja sen rooli osana matematiikan opetusta, oppimista ja arviointia. Tämän luvun tarkoituksena on koota kielentämiseen liittyvää tutkimustietoa. Kuvailen tässä luvussa matematiikkaa kielenä ja esittelen matematiikan kielen erityispiirteitä.

### 2.1 Matematiikka koulussa

Koulun oppiaineena matematiikalla voidaan ajatella olevan kolme roolia. Se on ensinnäkin väline, jonka avulla saadaan erilaisia tietoja, toiseksi se on prosessi, jossa saatuja tietoja käytetään ja kolmanneksi käsitejärjestelmä, jolla määritellään välineen käyttöä sekä prosessin toimintaa. (Koskinen, 2016.) Kuvioon 1 on kerätty matematiikan oppiaineen osat.



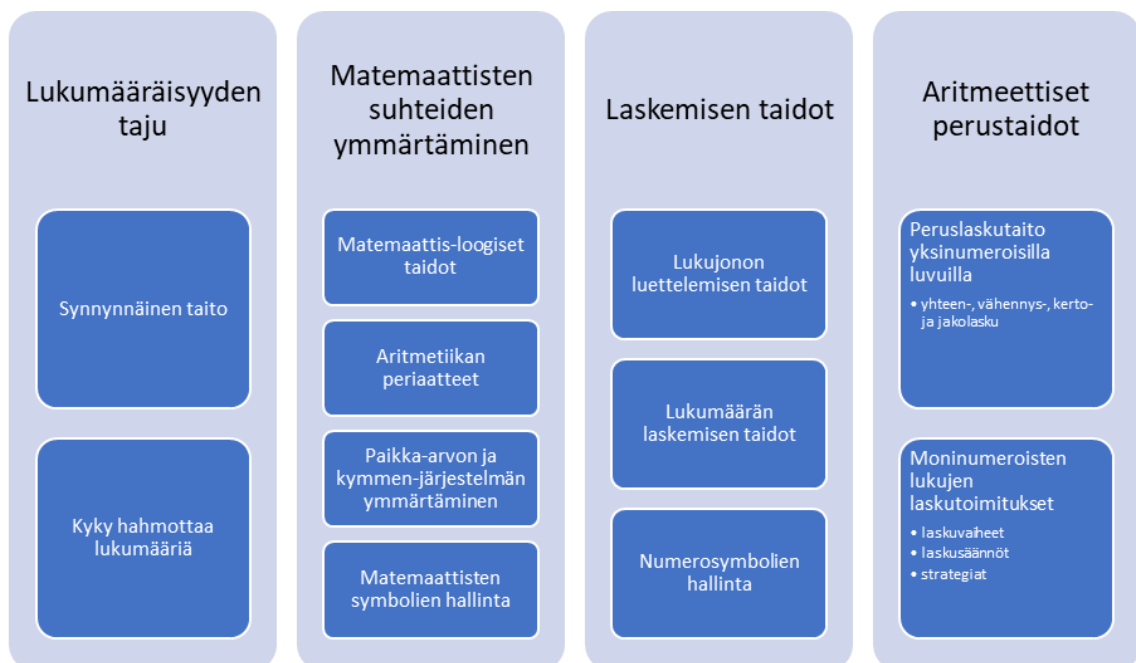
Kuvio 1. Matematiikan kolmiosaisuus (Koskinen 2016).



Matematiikassa käytössä olevaa käsitejärjestelmää kutsutaan usein matematiikan kieleksi. Matematiikassa ajattelu, ymmärtäminen, ongelmanratkaisu ja taitojen soveltaminen sulautuvat yhteen (Koskinen, 2016).

Yhtäällä matematiikka on pysyvä käsitejärjestelmä ja toisaalta se on käsitejärjestelmän käyttöön liittyvä joustava ja muotoutuva prosessi (Koskinen, 2016). Matematiikan opetuksen tavoitteena on herättää oppilaan kiinnostus tieteenalaa kohtaan (mm. Opetushallitus, 2014). Keskeistä tavoitteissa on matemaattisten käsitteiden ymmärtäminen, niiden keskinäisten merkitysyhteyksien havainnointi, ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen sekä taitojen soveltaminen. Opetuksen tavoite on saada oppilaat ymmärtämään matematiikkaa (engl. teaching for understanding) (Koskinen, 2016.) Joutsenlahti ja Kulju (2015) esittelevät kielentämisen ymmärtävään oppimiseen tähtäävänä pedagogisena mallina.

Kuten matematiikan oppiaine, myös matemaattiset taidot ovat monen osan kokonaisuus. Kuviossa 2. on esitelty matemaattisen taidon osa-alueet Aunio ja Räsänen (2015) mallin mukaan.



Kuvio 2. Matemaattisen taidon keskeiset osa-alueet (Aunio ja Räsänen, 2015).

**Lukumääräisyyden taju** on matemaattisen ymmärryksen perusta. Kyky hahmottaa lukumääriä on ihmiselle synnynnäinen taito, joka kehittyy varhaislapsuudessa. Lukumääräisyyden taju tarkoittaa ihmiselle sisäsyntyistä kykyä hahmottaa lukumääriä ja erottaa niitä toisistaan. (Aunio, 2008.) **Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen** tarkoittaa kykyä ymmärtää matematiikan logiikkaa. Keskeisiä asioita on sarjat ja niiden luominen, asioiden vertailu, luokittelu sekä lukumäärän laskemisen periaate, eli yksi-yhteen-suhde. Tämä suhde tarkoittaa sen hahmottamista, että esineitä laskettaessa jokaista esinettä vastaa oma lukusana ja jokainen esine lasketaan vain kerran. (Aunio, 2008.) **Laskemisen taidot** perustuvat lukujonon hahmottamiselle ja lukujonon luetteluun taidolle. Tätä taitoa laajennetaan lukumäärän laskemisen taidon ja numerosymbolien hallinnan avulla kokonaisvaltaisemmaksi laskemisen taidoksi. Laskemisen taidot automatisoituvat kokemuksen myötä niin, ettei tiettyjä kuvioita (esimerkiksi arpakuution silmälukea) tarvitse laskemalla selvittää, vaan lukumäärän hahmottaa ja tunnistaa opitun perusteella.

**Aritmeettiset perustaidot** sisältävät sekä laskustrategioiden hallintaa että usein toistuvien laskutoimitusten vastausten muistamisen. (Aunio, 2008.) Tässä tutkimuksessa yksi keskeinen matemaattisiin laskutoimituksiin liittyvä käsite on yhtälö. Yhtälössä kaksi lauseketta on yhdistetty yhtäsuuruus (=) merkillä, eli ne on merkitty olemaan yhtä suuria keskenään. Yhtälöitä verrataan yleisesti vaakaan, jossa molemmissa vaa'an kupeissa on sama määrä asioita (kts. mm. Toivola & Härkönen, 2012).

Matemaattinen taito sisältää kyvyn tuntea, hahmottaa ja järjestellä lukuja. Lisäksi se sisältää kyvyn hahmottaa ja muistaa aritmeettisiä laskutoimituksia. Hallitakseen matemaattisia toimituksia, täytyy tuntea matemaattisia käsitteitä ja tietää, kuinka niillä operoidaan sekä matemaattisia menetelmiä. Täytyy myös osata soveltaa menetelmätietoa. Ongelmanratkaisutaidot ovat osa matemaattista taitokokonaisuutta. (Aunola & Nurmi, 2018.)

Matemaattinen tieto rakentuu erään määritelmän mukaan käsitetiedosta ja menetelmätiedosta. Käsitetiedon lisääntyessä oppilaalle syntyy tietoverkosto mate-

maattisista käsitteistä ja niiden välisistä suhteista. Menetelmätieto puolestaan lisää oppilaan valmiuksia suoriutua matemaattisista tehtävistä. (Laitinen ym. 2015.) Oppilaan oppiessa, tiedon karttuessa, matemaattisista tiedoista rakentuu parhaimmillaan eheä ja looginen tietoverkosto, jossa asioiden väliset yhteydet ovat ymmärretty, ja jonka oppilas voi palauttaa mieleensä ja hyödyntää tietojaan uusissa tilanteissa (Leppäaho, 2018).

Opetustilanteessa opettajan yksi tehtävä on luoda luokkaan keskustelukulttuuri, ylläpitää keskustelua, seurata oppilaiden keskustelua ja ohjata sitä haluttuun suuntaan. Tavoitteena on, että opettaja seuraa oppilaan ajatuksen kehittymistä haastaen sitä ja pyrkien tekemään oppilaan tietoiseksi omasta ajattelustaan. Samalla opettaja tuo matematiikan käsitteitä ja merkkikieltä mukaan keskusteluun. (Laitinen ym. 2015.) Koska koulussa tapahtuvaa toimintaa leimaa voimakkaasti tylsyys, joka tekee oppimistilanteesta epämieluisan ja haastaa oppimista (Han-nula & Holm, 2018), on opettajan tehtävänä myös tuoda toimintaan vaihtelua ja sen avulla herättää oppilaan innostus, kiinnostus ja uteliaisuus.

Jotta opettaja voi opettaa oppilaille matematiikkaa, on hänen itse ymmärrettävä matematiikan kieltä ja sen erityispiirteellisyyttä ja tunnettava matemaattisen tiedon luonne (Laitinen ym. 2015). Hänen on myös tärkeä osata orientoida oppilas näkemään oppimisen arvo, eli luoda ymmärrys siitä mitä opetellaan ja miksi (Kos-kinen, 2016). Ajattelu ja puhe eivät ole täysin sama asia. Sana ei ole ajatuksen suora ja valmis ilmaisu. Muuttuessaan puheeksi ajatus muotoutuu uudestaan. (Vygotski, 1982.) Kieli on monimutkainen kokonaisuus, jossa on ristiriitoja ja eri-tavoin toteutuvia totuuksia sen mukaan, tutkitaanko kieltä psykologisena, kie-liopillisena tai taiteellisena kokonaisuutena. Onkin esitetty, että ainoa kieli, joka on näistä ristiriidoista ja monisyisistä merkitysverkoista vapaata, on matematiikan kieli. (Vygotski, 1982.) Matematiikalla on omat kielelliset erityispiirteensä, kuten sanasto ja tyypilliset rakenteet. Lisäksi matematiikan kieli sisältää aakkosten ul-kopuolisia merkkejä, joita harvemmin arkikielessä käytetään. (Tossavainen, 2007.) Seuraavassa luvussa esittelen tämän tutkimuksen pohjana käytettyä teo-riaa matematiikan kielestä.

## 2.2 Matematiikan kieli

Kieli on symbolinen järjestelmä, joka sisältää kirjoitetun ja puhutun kielen lisäksi myös eleet, ilmeet ja kuvat (Joutsenlahti, 2003). Kielet jakaantuvat luonnollisiin ja keinotekoisiiin, jotain tiettyä käyttötarkoitusta varten luotuihin, kieliin. Luonnollisia kieliä ovat esimerkiksi ruotsi, suomi ym. ja keinotekoisia kieliä ovat esimerkiksi ohjelmoinnin kielet ja matematiikan kieli. (Joutsenlahti & Kulju, 2015.) Luonnolliset kielet ovat ilmaisuvoimaisia ja käyttöalueeltaan laajoja sekä muuntuvia. Keinotekoiset kielet ovat vastaavasti kohdennettuja ja rajattuja, eivätkä sovellu kovinkaan hyvin muuhun käyttöön, kuin siihen spesifiin tarkoitukseen, johon se on luotu (emt.). Kielet ja niiden käyttäminen edesauttavat myös ajattelun taitojen kehittymistä (Joutsenlahti, 2003).

Erään kapean määritelmän mukaan matemaattinen kieli voi olla kielellinen ilmaus numeroista (Ramani, ym. 2014). Toisen määritelmän mukaan se sisältää esimerkiksi määrällisiä asiasanoja (quantitative language) ja tilaa tai avaruudellisuutta määrittäviä ilmaisuja (spatial language) (Purpura, Napoli, Wehrspann, Gold, 2016). Se on esimerkiksi lukusanoilla laskemista, numeromerkkien tunnistamista ja suuruusluokan määrittelemistä. Se sisältää viittauksia laskemisen periaatteisiin (the counting principles) ja järjestyksen määrittelyyn (cardinality). Varhaisessa kehitysvaiheessa matematiikan kielen avulla voidaan havaita lapsen matemaattisen ymmärryksen tasoa tutkimalla, kuinka lapsi ymmärtää matemaattiset avainsanat (Purpura, ym. 2016).

Matematiikan kielelle on tunnuksenomaista erilaiset viittaukset järjestykseen (position). Sillä voidaan viitata samankaltaisuuteen (matching) geometrisiin kuvioihin tai matemaattisiin toimenpiteisiin (addition, subtractions). Sen avulla voidaan määritellä erilaisia lukuihin, aikaan tai rahaan liittyviä merkityksiä. Sitä voidaan käyttää myös vertailuun (Comparison). (Jennings, ym., 1992.)

Tässä tutkimuksessa rajaan matematiikan kielen käsittämään sitä puhetta, josta on havaittavissa matemaattisia käsitteitä (esim. summa, tulo) tai viittauksia ma-

temaattisiin toimenpiteisiin (jakolasku, kertolasku). Kuviossa 3 on esitelty Jenningsin ja kumppaneiden tutkimuksessa käyttämä matemaattisten sanastojen luokittelu.

| Luokittelu            | Tunnussanat   |
|-----------------------|---|
| Järjestys             | ensimmäinen, viimeinen, ylin, alin  |
| Vastaavuus            | sama kuin, yhtä suuri kuin  |
| Muodot ja mittaaminen | Pallo, ympyrä, puolikas, kokonainen   |
| Laskutoimitukset      | Yhteensä, yksi lisää, yksi vähemmän, lisätä, vähentää, jakaa, kertoa, on yhteensä, ottaa pois |
| Numerot ja symbolit   | numeraalit; yksi, kaksi... kirjaimet; x, c, -a...   |
| Aika                  | ensin, aikaisemmin, jälkimmäiseksi, myöhemmin   |
| Vertailu              | suurempi, pienempi, enemmän kuin  |

Kuvio 3. Matemaattisia sanoja (Jennings, ym. 1992)

Kuvio 3 on tekemäni suomennos vuonna 1992 julkaistun tutkimuksen sanataulukosta (Jennings ym.) Tutkimuksessa lisättiin tarinoihin matemaattisia käsitteitä ja pysähdyttiin niiden äärelle tarinan lukuhetkessä. Lapset saivat kokemuksellisten toimintojen avulla pohtia tarinassa esiin nousseita matemaattisia tilanteita. Näin laajennettiin matemaattista toimintaa tarinatuokion aikana esimerkiksi mittamalla luokkatoverin pään ympäryys tarinan sellaisessa vaiheessa, jossa kerrottiin jättiläisen pään koosta. Lisäksi oppilaille annettiin tarinatuokion aikana matemaattisia tehtäviä, esimerkiksi lasten piti laskea tarinaan sisältyviä yhteen- ja vähennyslaskuja konkreettisin, tarinaan liittyvin välinein. Vertailuryhmälle luettiin kyllä samoja tarinoita, mutta niissä oleviin matemaattisiin asioihin ei kiinnitetty huomiota eikä niiden yhteydessä tehty toiminnallisia matemaattisia harjoitteita. Tutkimuksessa kävi ilmi, että ne lapset, jotka osallistuivat niihin tarinatuokioihin, joissa matemaattisten käsitteiden ja asioiden kohdalla toteutettiin toiminnallisia harjoitteita, käyttivät vapaan leikin aikana myös laajemmin matemaattista sanastoa ja olivat motivoituneita tarttumaan matemaattisiin tehtäviin. (Jennings, ym. 1992.)

Tässä tutkimuksessa käytetty taulukko muokkautui lopulliseen muotoon tutkimuksen edetessä, sillä kaikista Jenningsin ym. (1992) tutkimuksessa mukana olleista kategorioista ei ollut esimerkkisanoja tutkimushenkilöiden pelihetkien puheissa. Olen myös lisännyt alkuperäiseen taulukkoon yhden luokittelun, lukumäärään viittaavat sanat. Kuten Aunio (2008) on edellisessä luvussa esitellyssä kuviossa (kuvio 2) tuonut esiin, on lukumäärien hahmottaminen osa matematiikkaa. Esittelen tässä tutkimuksessa käyttämäni, muokatun, taulukon luvussa 4.5.

Kieli on myös pedagoginen väline (Jamison, 2000), jonka avulla oppilaiden on mahdollista oppia matematiikkaa. Kun oppilaat oppivat kuinka jokin asia sanotaan matematiikan kielellä, he myös vähitellen sisäistävät mitä ja miksi sanotaan. Matematiikan kielen aikamuodottomuus ja eksaktius, saattavat tuottaa oppilaille vaikeuksia oppimisvaiheessa. Jamison (2000) tuo kuitenkin tämän haasteen edessä esiin sen, että on vain kaksi vaihtoehtoa, joko asia opetetaan tai jätetään oppilaat harhailemaan pimeydessä. Kielen oppiminen mahdollistaa matematiikan sisältöjen ymmärtämisen, joka mahdollistaa ymmärtävän oppimisen kaavojen ja sääntöjen ulkoa opetteluun sijaan. (Jamison, 2000.)

Matematiikan kielen opetukseen Jamison (2000) esittää samoja keinoja, kuin muidenkin kielten opetuksessa käytetään; kirjoittaminen, puhuminen, kuuntelu, muistisääntöjen opettelu ja kielen edustamaan kulttuuriin ja sen historiaan tutustuminen. Opetuksessa ei tule kiirehtiä käsitteistön virheettömään käyttöön, vaan opettajan on tärkeä hyväksyä oppilaan oma käsitteistö osaksi opetustapahtumaa. Oppilaan oma käsitteistö koostuu sekä oppilaan omasta arkikielestä, opetuksesta omaksutuista tieteellisistä käsitteistä sekä oppilaan omien merkitysverkkojen aikaansaamien edellä mainittujen osien yhteen kietoutumisesta syntyneistä käsitteistä. (Koskinen, 2016.)

Lapset ovat luontaisia tarinankertojia (Burton, 2002), joten matematiikan kielen-tämiseen rohkaisevan luokkahuonekulttuurin ja matematiikan kielen opettaminen on pikemminkin lasten ohjaamista oikeiden termien ja sanavalintojen pariin kuin uuden toimintatavan opettamista. Kun eräässä tutkimuksessa sisällytettiin ma-  
maattisia termejä oppilasryhmälle luettuihin tarinoihin, myös oppilaiden oma ma-  
tematiikkapuhe lisääntyi (Purpura, Napoli, Wehrspann & Gold, 2017). Osin siksi,

että heillä oli verrokkiryhmää enemmän sanoja, joilla taitoaan osoittaa, ja osin siksi että heidän matemaattinen innostuneisuutensa lisääntyi tarinoiden kuuntelemisen takia (Purpura, ym., 2017). Pelkkä tarinoiden kuunteleminen ei kuitenkaan riitä, vaan oppilaiden on tärkeä saada keskustella kuulemastaan (Jennings, ym., 1992).

Matematiikan kielen sisällyttäminen esi- ja alkuopetuksen satuihin lisää myös lasten matematiikkapuhetta leikeissä, sekä lasten kiinnostuneisuutta matematiikkaan ja tehostaa oppimista (Jennings, ym. 1992). Matemaattisen sanavaraston karttumisen myötä lapset kokevat matematiikan oleelliseksi osaksi omaa elämäänsä. He myös hahmottavat matematiikan loogisuutta verrokkiryhmiä laajemmin (Jennings, ym. 1992).

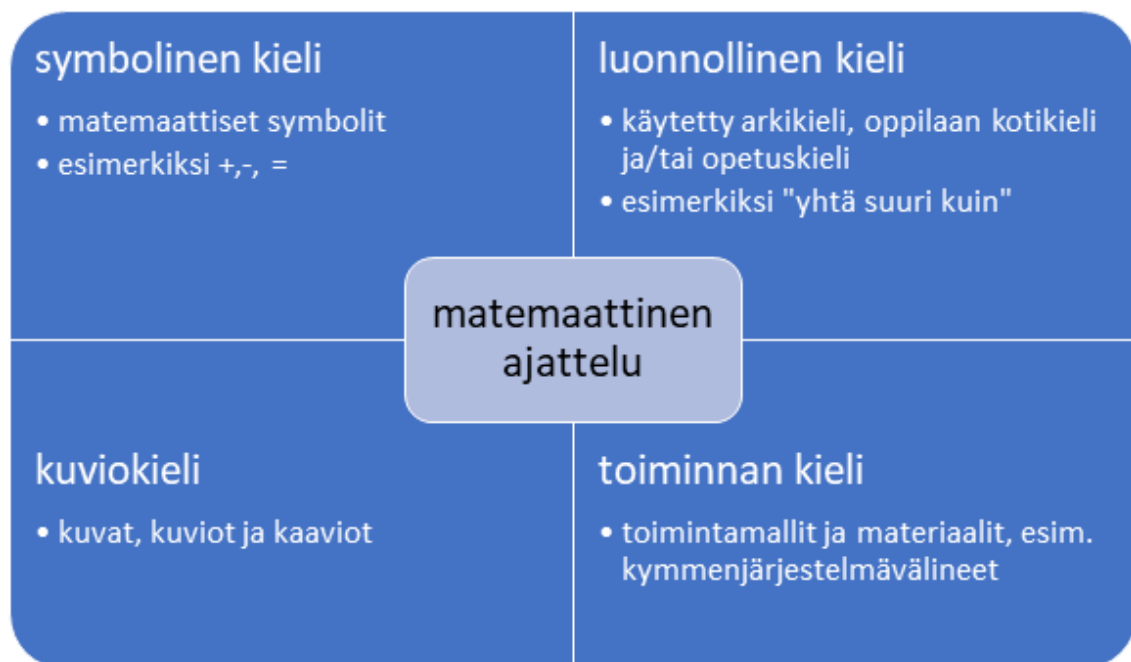
## **2.3 Kielentäminen**

Kielentämisellä on kolme tehtävää matematiikan opetuksessa. Se on työkalu, jolla voi sekä kuvailla että kehittää omaa ajatteluaan, sen avulla voidaan arvioida matematiikan taitoja, sekä keskustella eli olla sosiaalisessa vuorovaikutuksessa toisten oppilaiden tai opettajan kanssa. (Joutsenlahti & Rättyä, 2014.) Kielentäminen on myös osa matematiikan mielekkään oppimisen mallia (mm. Joutsenlahti & Kulju, 2015, Koskinen, 2016).

Matematiikan opiskelun yhteydessä kielentäminen tarkoittaa oppilaan matemaattisen ajattelun ilmaisua kieliksi jatkossa kutsuttavien merkkijärjestelmien avulla. Käytössä voi olla yksi tai useampi neljästä käytetystä kielestä; luonnollinen kieli, kuviokieli, matematiikan symbolikieli ja / tai taktiilinen eli toiminnan kieli. (Joutsenlahti & Kulju, 2015, kts. myös Joutsenlahti & Rättyä, 2014.) Eri kielten avulla matemaattisille operaatioille ja käsitteille muodostetaan merkityksiä, nämä merkitykset auttavat ilmiöiden ymmärtämisessä (Joutsenlahti & Kulju, 2015).

Kuviossa 4 on esitetty matemaattisen ajattelun ilmentämisessä käytetyt kielet. Kielet eivät ole toistensa suhteen hierarkkisessa asemassa, vaan matemaattista

ilmiötä voidaan lähestyä tarkoituksenmukaisesti minkä tahansa kielen kautta ja laajentaa käsitystä muihin kieliin (Joutsenlahti & Kulju, 2015).



Kuvio 4, Matemaattisen ajattelun neljä erilaista kieltä (Joutsenlahti & Rättyä, 2014).

Symbolista kieltä käytettäessä toimintaa ilmaistaan erilaisia matematiikan kieli-järjestelmään hyväksytyjä symboleja käyttäen. Näitä matemaattisia symboleja ovat muun muassa numeromerkit, muuttujaa ilmaisevat kirjaimet, laskutoimitusta ilmaisevat merkit (esim. +, -) sekä algebrallinen yhtäsuuruus (=) (Laitinen ym. 2015). Symbolikielen avulla voidaan ilmaista tarkasteltavan käsitteen määrällisiä ominaisuuksia ja niiden muutoksia (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018).

Luonnollinen kieli voi olla koulussa käytettävää opetuskieltä, oppilaan arkikieltä tai kotikieltä. Opetuskielen kautta opettaja opettaa oppilaille myös matemaattisen käsitteistön ja symbolikielen (Joutsenlahti, 2003), joten luonnollinen kieli on matematiikan opetuksessa vahvasti läsnä. Luonnollinen kieli on muuntuvaa ja sen avulla voidaan ilmaista esimerkiksi tunteita, toisin kuin matematiikan kielellä (Joutsenlahti & Kulju 2015). Käsitteiden opettelussa luonnollisella kielellä kuvailaan käsitteen laadullisiin ominaisuuksiin liittyviä erityispiirteitä (Joutsenlahti &



Tossavainen, 2018), joiden avulla käsitteet on mahdollista liittää osaksi oppilaan tietoverkostoa.

Kuviokieli liittyy vahvasti esimerkiksi geometriaan, jossa erilaiset tehtävän tai sen ratkaisun hahmottamista helpottavat kuviot ovat keskeisessä asemassa (Joutsenlahti, 2009). Kuviokielen avulla voidaan myös esittää käsitteiden välisiä yhteyksiä (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Kuviokielen avulla voidaan syventää käsitteiden ja laskutoimitusten ymmärrystä, sen käyttö tukee eteenkin visuaalisia oppijoita (Joutsenlahti & Rättyä, 2014).

Toiminnan kieltä hyödynnetään eteenkin alkuvaiheessa matematiikan opetuksessa (Laitinen, ym., 2015). Muiden kielten rinnalla toiminnan kieli auttaa käsitteen havainnollistamisessa (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Toiminnan kieltä käytetään oppilaan itse käyttäessä jotakin välinettä tutustuessaan esimerkiksi lukumääriin. Toiminnan tuloksena saattaa olla kuviokielellä ilmaistu lukumäärä (esim. Solmu-ohjelman lukumääräsapluunat), joten toiminnan kieli nivoutuu vahvasti muihin matemaattisen ajattelun ilmaisukeinoihin (Laitinen, ym., 2015). Muun, kuin symbolisen matematiikan kielen käyttäminen matemaattisen toiminnan esittämisessä, saattaa auttaa niitä, joille symbolikieli on vaikeaa (Joutsenlahti & Kulju, 2016). Toiminnan kieli tarkoittaa siis havaittavaa fyysistä toimintaa.

Tässä tutkimuksessa toiminnan kieli esiintyy eteenkin havaittavissa olevana toimintana pelissä, esimerkiksi kuvakorttien siirtämisenä tai lisäämisenä. Erityisesti toiminnan kieli on korostetusti esillä silloin, kun osallistuja ei erikseen selitä mitä tekee ja miksi. Toiminnan kieli ilmenee pelaajan tavassa suorittaa pelin tehtäviä, esimerkiksi kuinka hän lisää ja poistaa pelikentältä kuviokortteja tai kokoaa tehtävänä olleita lukumäärätorneja.

Matemaattisen ajattelun kielentäminen tarkoittaa kuviossa 4 esitettyjen kielten käyttöä yhdessä tai erikseen, kun pyritään matemaattisen ajattelun ilmaisuun. Eri kielten välillä siirtyminen tapahtuu toiminnalla, jota Joutsenlahti ja Kulju (2015) kuvaavat koodinvaihdoksi. Esimerkiksi uuteen ilmiöön tai symboliin tutustutaan aluksi luonnollisen kielen, kuviokielen ja toiminnan kielen avulla, ja vähitellen liitetään matemaattinen symbolikieli opitun ilmiön yhteyteen (Laitinen, ym., 2015).

Tehtävää suorittava oppilas tai opettaja liikkuvat joustavasti kuvassa 3 esiteltujen kielten välillä käyttäen tarkoituksenmukaista kieltä tehtävän ratkaisemiseen, ilmiön esittelyyn tai oman ratkaisuprosessinsa selittämiseen muille. (Joutsenlahti & Kulju, 2015.) Tässä tutkimuksessa käytän kuvion 4 nelikenttää analysoidessani matematiikkapelin aikaista puhetta.

Eri kielten hyödyntäminen tukee erilaisten oppijoiden oppimista (Joutsenlahti & Kulju, 2015). Esimerkiksi matematiikkaa sisältävien kuvakirjojen avulla voidaan herättää oppilaiden kiinnostus matematiikkaa kohtaan, ohjata heitä havaitsemaan matemaattisia ilmiöitä ja tuoda ilmiöitä osaksi luokkahuonekeskusteluja (van den Heuvel-Panhuizen, van den Boogaard, & Doig, 2009). Sisällyttämällä oppilaille luettaviin tarinoihin matemaattisia termejä, kuten ”enemmän”, ”vähemmän”, ”yhtä suuri kuin”, voidaan lisätä oppilaan matemaattisten termien käyttöä myös vapaan leikin tai pelaamisen yhteydessä (Jennings, Jennings, Richey & Dixon-Kraus, 1992).

Kielentäminen vaatii ajattelua ja ajatusten muotoilua ennen puheeksi tuottamista. Ajatuksen muuttaminen sanalliseksi vaatii siirtymistä sisäiseltä tasolta ulkoiselle tasolle, ja vastaavasti sanallisen ilmaisun ymmärtäminen vaatii siirtymistä ulkoiselta tasolta sisäiselle tasolle. Sisäinen taso on monisyisempi, kuin pelkkä ulkomuisti tietyistä sanoista, se sisältää myös mielikuvat sanoista ja niiden merkityksistä. Sisäisen puheen sana on rikkaampi kuin ääneen lausuttu ja siksi sen muuttaminen ulkoiseksi puheeksi vaatii mutkikkaan dynaamisen muuntoprosessin, jossa idiomaattinen puhe saatetaan syntaksiseksi ja kuulijoille ymmärrettäväksi kokonaisuudeksi. (Vygotski, 1982.)

*”Tie ajatuksesta sanaan kulkee merkityksen kautta”*

*-Vygotski, 1982, s. 244*

Tehdessään omaa ajatteluprosessiaan toisille näkyväksi, oppilas konstruoi kielentämällä käsitettä selkeämmäksi myös itselleen (Joutsenlahti, 2003). Muodostaessaan ajatuksistaan ymmärrettävää sanallista kokonaisuutta oppilas ikään

kuin arvioi itsearvioinnin avulla sanomaansa, ja kuullessaan toisen oppilaan kielentävän tämän ajatuksiaan, oppilas reflektoi kuulemaansa omiin ajatuksiin ja jatkojalostaa omaa käsitystään kuulemansa pohjalta ja keskustellen he pyrkivät vaikuttamaan myös toisten käsitteenmuodostusprosesseihin. (Joutsenlahti 2003.)

Kielentämistä voi harjoitella tekemällä ryhmätöitä. Ryhmätyöt vaativat osallistujilta vuorovaikutusta ja yhteistyötä toisten kanssa. Ryhmätyöskentelyn on tutkimuksissa todettu lisäävän oppilaiden tyytyväisyyttä, kehittävän työelämässään tarvittavia ryhmätyötaitoja sekä tehostavan oppimista. (Burke, 2011.)

Kielentämisen voidaan nähdä olevan monialainen metataito, jonka avulla eri oppiaineiden sisällöistä on mahdollista keskustella kunkin oppiaineen omalla käsitteistöllä (Joutsenlahti & Kulju, 2015). Käsite voidaan nähdä kahden asian, sisällön ja ilmaisun kokonaisuutena. Käsitteen sisältö määrittää sen tarkoituksen. Ilmaisuu toimii käsitteen tarkoituksen representaationa. Ilmaisuu voi olla joko ääneen lausuttu, tai kirjalliseen muotoon saatettu esimerkiksi sana, symboli tai kuva. Uusien käsitteiden hallinta rakentuu jo olemassa olevien merkityksellisiksi koettujen tietojen ja taitojen varaan. (Joutsenlahti, 2003.) Oppiminen on sosiaalisen konstruktivismin näkökulmasta merkityksellisten ja ymmärrettävien käsitteverkostojen rakentamista niin, että uudet käsitteet liitetään jo tuttuihin ilmiöihin (Joutsenlahti & Rättyä, 2014).

Käsitteet voivat olla oppilaille haastavia ymmärtää niiden abstraktiuden vuoksi. Kielentämällä käsitteille luodaan kontekstiin sidottuja merkityksiä, joiden kautta käsitteistöä voidaan vähitellen yleistää. Opetuksessa edetään tutusta ilmiöstä kohti laajempaa asian ymmärrystä Joutsenlahden ja Rättyän (2014) esittelemien neljän kielen avulla. (Joutsenlahti & Kulju, 2015.) Matemaattinen tieto on parhaimmillaan selkeä, looginen kokonaisuus, tietojen verkosto (Leppäaho, 2018), merkitysten avulla verkosto on palautettavissa mieleen ja siten otettavissa tarvittaessa käyttöön esimerkiksi ongelmanratkaisutilanteissa.

Kielentämisen kautta oppilas voi saada apua ajattelunsa jäsentämiseen ja tehtyä omia ajatuksia näkyviksi muille (Joutsenlahti, 2003). Tutkimuksen mukaan, sen avulla voi parantaa myös oppilaiden matemaattisia valmiuksia (Guillard, 2018).

Matemaattiset valmiudet käsittävät matemaattisessa toiminnassa avainasemassa olevat taidot ja kyvyt, kuten muun muassa kyvyn hahmottaa ja ymmärtää lukumääriä sekä käsitteitä enemmän ja vähemmän (engl. number sense) (mm. Ansari, 2008, Price & Ansari, 2013.). Kielen avulla oppilas voi sekä perustella että reflektoida omia käsityksiään. Kieltä käyttäen hän myös ilmaisee tunteitaan, asenteitaan ja uskomuksiaan sekä vakuuttaa kuulijansa ja itsensä päättelyketjunsä oikeellisuudesta (Joutsenlahti, 2003). Kielentämisen on havaittu myös parantavan luokkahuoneen ilmapiiriä sekä oppilaiden asennetta matematiikkaa kohtaan (Gaillard, 2018).

## **2.4 Kielentäminen osana koulutyötä**

Kun oppilas kielentää omaa matematiikan ratkaisustrategiaansa, voi opettaja arvioida kuulemansa perusteella, millä tasolla oppilaan osaaminen on. Kielentäessään oppilas tuo esiin myös asiaan liittyvät uskomuksensa (Joutsenlahti, 2003).

Aktiivista tekemistä osoittavat osaamista näkyväksi tekevät tasot ovat; muistaminen, ymmärtäminen, soveltaminen, analysoiminen, arvioiminen ja luominen (Halinen ym. 2012). Matematiikan opiskelussa tasot voi määritellä esimerkiksi Sarikan (2014) diplomityössään esittelemällä tavalla. Perustehtävät, joiden laskeminen on mahdollista esimerkkien ja annettujen kaavojen avulla, auttavat saavuttamaan osaamisen tasot yksi (muistaa) ja kaksi (ymmärtää). Ongelmanratkaisutehtävät ja sanalliset matemaattiset tehtävät vaativat oppilaalta osaamisen tasoa kolme (ymmärtää), neljä (soveltaa) tai viisi (arvioi). Tehtävien tekeminen ohjatusti auttaa oppilasta saavuttamaan edellä mainitut tasot. Sekä Halinen että Sarikka viittaavat Bloomin taksonomiaan (kts. mm. Forehand, 2005).

Vygotski (1982) esittelee pyramidimaisen prosessin käsitteenymmärrykselle (s.115). Aluksi on sana, joka liitetään käsitteeseen, seuraavaksi muodostettu käsite liitetään uusiin objekteihin, sen jälkeen käsitettä käytetään vapaassa assosi-

oinnissa ja assosioitujen ilmiöiden arvioinnissa, josta päädytään uuden assosiaatioprosessin kautta muodostetun uuden käsitteen määrittelemiseen. Käsitteenmuodostusprosessi on mutkikas aktiivinen toimintojen sarja, johon osallistuvat kaikki älylliset perustoiminnot, kuten mielikuvitus, arvostelukyky, tarkkaavaisuus ja assosiaatio, ja joka huipentuu abstrahointiin ja uuteen synteisiin (Vygotski, 1982).

Matemaattinen ymmärtäminen ja tehtävien välivaiheiden hallitseminen ovat nousseet keskeiseen asemaan matemaattisen taidon arvioinnissa apuvälineiden, kuten tietokoneohjelmien ja CAS-laskimien, yleistyttyä. Eteenkin peruskoulun jälkeisissä opinnoissa matematiikan mekaanisten laskutoimitusten siirtyessä teknologian avulla suoritettavaksi toiminnaksi, oppijan oman ajattelun tekeminen näkyväksi antaa opettajille arvokasta tietoa oppijan taitotasosta mekaanisten laskutehtävien takana. (Joutsenlahti & Kulju, 2015, Joutsenlahti, Sarikka, Kangas & Harjulehto, 2013.) Jotta oppilas voi todentaa ymmärryksensä, hänen on osattava kielentää ajatuksensa ymmärrettävään muotoon. (Sarikka, 2014.) Yksi tapa saada tietoa oppilaan ymmärryksestä, on teettää avoimia tehtäviä, joissa oppilasta kehoitetaan käyttämään matematiikan kielen lisäksi kirjoitettua luonnollista kieltä, kuten esimerkiksi suomen kieltä (Adu-Gyamfi, Bossé & Faulconer, 2010).

Yksi tapa hyödyntää matematiikkakeskustelusta saatua tietoa, on opettajan oman toiminnan arviointi ja tulevan toiminnan suunnittelu. (Joutsenlahti, 2003.) Kielentäminen antaa opettajille arvokasta tietoa oppilaiden ajatusprosessista, syntyneistä käsityksistä ja niiden jäsentymisestä (Sarikka, 2014). Arvioinnissa on myös huomioitava, että mahdollinen matematiikan kielen harjaantuminen ei aina välttämättä suoraan lisää matemaattista taitoa, vaan osittain kehitys saattaa johtua siitä, että kielitaidon karttuessa oppilas ymmärtää paremmin, mitä häneltä kysytään (Purpura, ym, 2017).

### 3 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tässä tutkimuksessa kuvailen oppilaiden omaa tapaa tuottaa matematiikkapuhetta. Tutkimuksen tavoitteena on tehdä näkyväksi kielentämistä. Lisäksi yhdistän tässä tutkimuksessa laadulliseen tutkimusotteeseen määrällisen ulottuvuuden. Etsin vastausta toiseen tutkimuskysymykseen määrällisen tutkimuksen kautta. Pyrin havaitsemaan ja havainnollistamaan sitä muutosta, mikä pelaajan puheessa tapahtuu, kun pelinäkömään lisätään matemaattisia operaatioita ja symboleja. Määrällisellä tutkimuksella pyrin saamaan selville, onko muutos puheessa merkitsevä. (Metsämuuronen, 2011.)

Tutkimuksen tehtävä on kuvailla pelaajien tapaa kielentää toimintaansa sekä havaita, minkälaista kieltä matematiikkapeliä pelaavat lapset tuottavat pelin aikana. Tarkoituksena on analysoida sisällönanalyysin keinoin videoituja matikkapelitilanteita, joissa oppilas itse sanoittaa toimintaansa matematiikan tehtävää tehdessään.

Tutkimuskysymykset ovat:

1. Minkälaista kieltä lapset käyttävät pelatessaan matematiikkapeliä ja kielentäessään toimintaansa peliä seuraavalle aikuiselle?
2. Miten pelaajan tapa kielentää toimintaansa muuttuu, kun pelin kuviokielen ohelle lisätään matemaattista symbolikieltä?

Tutkimusotteeksi valikoitui ensisijaisesti laadullinen tutkimus, koska käsittelen yksittäisten oppilaiden toimintaa yksittäisissä tilanteissa. Tutkimuksen kohteena on luonnolliset henkilöt luonnollisissa olosuhteissaan. (Metsämuuronen, 2011.)

## 4 Tutkimuksen toteutus

Tutkimus on toteutettu monimenetelmällisellä tutkimusstrategialla. Ensimmäisellä tutkimuskysymyksellä viitataan kuvailevaan tutkimusasetelmaan, ja pyrkimyksenä on esitellä eräiden oppilaiden tapaa tuottaa matemaattista tietoa puheena ja toimintana samalla, kun he pelaavat matemaattista peliä. Laadullisen tutkimuksen avulla voin kuvailla esimerkiksi erilaisten ilmiöiden ominaisuuksia, niiden taustalla vaikuttavia syitä ja erilaisia vaihtoehtoja ottamatta kantaa niiden yleisyyteen (Ruusuvuori, Nikander, Hyvärinen, 2010). Toisen tutkimuskysymyksen kohdalla laajennan tutkimuksen metodia kvantitatiiviseen tutkimukseen. Kvantifioin aineiston laskemalla ja luokittelemalla pelitilanteen puheessa käytetyt sanat ja sanonnat aikaisemmin kuviossa 4 esittelemäni taulukon mukaan. Koska toisen tutkimuskysymyksen taustalla on tavoite selvittää, onko pelin kuva- ja kuviokielen ja pelaajan puheen välillä merkittävää yhteyttä, tässä tutkimuksessa kvantifioidun aineiston pohjalta pyritään löytämään näyttöä symbolikielen vaikutuksesta matematiikkapuheeseen.

Seuraavissa alaluvuissa esittelen sekä tutkimuksen osallistujat että pelatut pelit tarkasti. Esittelen myös pelitilanteiden kulun melko yksityiskohtaisesti, jotta tutkimuksen tulokset ovat selkeämmät ja lukijalle muodostuu kokonaiskuva tutkimuksen kulusta.

## 4.1 Tutkimusasetelma ja aineiston hankinta

Tutkimusasetelmaksi valikoitui tapaustutkimus (kts. esim. Metsämuuronen, 2011). Tavoitteena oli havainnoida osallistujan tapaa kielentää omaa osaamistaan pelissä esiintyvien lasku- tai ongelmanratkaisutehtävien ratkaisemisen yhteydessä. Analyysin on tarkoitus olla informaatiota tuottava ja reaalimaailmaa kuvaileva. Tapaustutkimus soveltuu tutkimusotteeksi toisenkin tutkimuskysymyksen osalta, sillä tapaustutkimusta voidaan hyödyntää myös määrällisen tutkimuksen menetelmissä (Saarela-Kinnunen & Eskola, 2001).

Tutkimukseen osallistuvat alakouluikäiset lapset. Etsin osallistujia laittamalla asuinkyläni Facebook-ryhmään esittelyn tutkimuksestani ja avoimen kutsun, mikäli joku lähialueen lapsista haluaa osallistua tutkimukseen. Kuten ennakko-oletuksena oli, vapaaehtoisia löytyi.

Aineiston kerääminen tapahtui videoyhteyden välityksellä vallitsevan Covid 19 – tilanteen vuoksi. Tutkimuskohteena olevien lasten ja heidän vanhempiansa suostumuksella yhteinen pelitilanne nauhoitettiin ja videon pohjalta tein sisällönanalyysin, jota peilasin jo olemassa oleviin tutkimuksiin ja teorioihin. Pelitilanteessa osallistuja pelasi DragonBox – koulu materiaalin peliä, jota seurasin videopuhelun välityksellä. Samalla, kun osallistuja pelasi pelissä vaihtuvia tehtäväkenttiä, pyysin häntä kertomaan, mitä tehtävässä hänen mielestään pitää tehdä. Pyrin vain havainnoimaan tilanteen kehittymistä, en ennakoimaan mahdollisia virheitä enkä varsinkaan estämään niiden esiintymistä. Alkukeskustelussa pyrin ohjaamaan osallistujien ajatukset oman toiminnan reflektointiin ja toiminnan sanoittamiseen. Havainnoin myös alkukeskustelun aikana osallistujan aktiivisuutta vastausten ja mahdollisen oma-aloitteisen puhumisen pohjalta, kaikkien osallistujien puheaktiivisuus oli peliä pelatessa samantasoista kuin alkurupattelumme aikana.

Koska täydelliseen objektiivisuuteen ei laadullisessa tutkimuksessa ole mahdollista päästä (Metsämuuronen, 2011), pyrin tekemään toimintani mahdollisimman läpinäkyväksi. Tulokulmani on kriittisen realistinen ja pyrin postpositivismin ta-



paan niin lähelle objektiivisuutta kuin mahdollista. Samalla tiedostan kriittisen teorian tapaan, että tutkimuksen kohteet ovat omissa arkiympäristöissään, jotka poikkeavat eri tutkimushenkilöillä suurestikin toisistaan. Tästä syystä analyysissäni en vertaile tuloksia toisiinsa, vaan nostan jokaisesta esiin nousseita teemoja esiin, toki samalla havainnoiden, mikäli jokin ilmiö toistuu monessa eri pelihetkessä ja koehenkilöillä. Tämän lisäksi tilanteet rakentuvat tutkijan ja tutkittavan välisen dialogin pohjalta. Osin tutkimusotteeni noudattelee konstruktivismia, koska esitän analyysissäni oman tulkintani tapahtumista. (Metsämuuronen, 2011.)

Ennakkotietoina kysyn osallistuvilta lapsilta ennen pelaamista, mitä he tietävät kielentämisestä ja matematiikan kielestä ja minkälaisia kokemuksia heillä on edellä mainituista esimerkiksi koulusta. Peleiksi valikoitui erisisältöisiä Dragon-Box – koulun matematiikkapelejä osallistujan iän, taitotason ja laitevaatimusten mukaan. Kaikki osallistujat eivät siis pelanneet keskenään samaa peliä. Koska tutkimukseni ei pyri vertailemaan osallistujien toimintaa toisiinsa, ei pelien erilaisuudesta seurannut haasteita analyysille.

## **4.2 Tutkimuksen osallistujat**

Tutkimukseen osallistui kuusi lasta. Olen nimennyt tutkimushenkilöt keksityillä nimillä, anonymiteetin säilyttämiseksi. Nimeä vaihtaessani säilytin osallistujan sukupuolen. Pojat saivat siis tutkimushenkilöinä poikien nimet ja tytöt tyttöjen nimet myös nimeä vaihtaessani.

Koska osallistujat saivat valita pelistä vapaasti kentän ja vaatimustason omien mielihalujensa mukaan, ei myöskään heidän matemaattisten taitojen kartoitus ollut tämän tutkimuksen kannalta olennaista. Siksi en kerännyt osallistujilta tietoja koulumenestyksestä esimerkiksi arvosanojen muodossa. Ikäjakautuman kartoitin kysymällä, millä luokalla osallistuja on tutkimushetkellä. Koin, ettei tarkempi kartoitus ole tutkimukseni kannalta merkittävää. Luokka-asteen kartoitus ohjasi hiukan sitä, minkälaisilla harjoituksilla aloitimme peliin tutustumisen ja tutkimuksen teon. Tavoitteenani ei ollut määrittää osallistujien matemaattisia taitoja, joten

avustin heitä pelin aikana aina kun huomasin heidän olevan mielestäni avun tarpeessa. Avun tarpeen havaitsin esimerkiksi päämäärättömästä yritys-erehdystilanteesta, jossa pelaaja toistaa nopeassa tahdissa samaa virhettä pysähtymättä miettimään, miksi peli ei etene. Näissäkin tilanteissa pyrin vain hiukan rohkaistamaan ja ohjaamaan huomiota merkityksellisiin kohtiin, en tarjonnut suoraan oikeaa vastausta.

Pelaajista Tiina ja Tyyni ovat siskokset, ja he pelasivat peliä vuorotellen saman videopuhelun aikana. Tämän takia heidän puhetyylinsä on samankaltaista, ja he nimittävät pelin hahmoja samoilla nimityksillä. Sovimme kuitenkin niin, että he antavat toisen pelata rauhassa vuorollaan ja tämä toteutuikin pelitilanteissa hyvin. Kuviossa 5 on esiteltynä pelaajat ja heidän luokka-asteensa.

| nimi  | luokka-aste |
|-------|-------------|
| Timo  | 2.          |
| Tiina | 2.          |
| Tyyni | 4.          |
| Teija | 4.          |
| Teemu | 5.          |
| Tuomo | 5.          |

Kuvio 5 Tutkimushenkilöiden nimet, ja luokka-asteet

Kartoitin osallistujien käsitystä matematiikan kielestä sekä itsearviointista. Alukartoituksessa kysyin seuraavat kysymykset:

1. Oletko pelannut ennen matikkapeliä?
2. Jos olet, niin mitä peliä?
3. Onko DragonBox tuttu?
4. Mitä mielestäsi tarkoittaa, jos joku puhuu matematiikkaa?
5. Miten matematiikkaa puhutaan?

Ennen tutkimukseen osallistumista sekä tutkimushenkilöt, että heidän vanhempansa saivat tietoa tutkimuksestani ja keräsin kirjallisen suostumusilmoituksen sekä osallistujilta itseltään, että heidän huoltajiltaan. Tutkimushenkilöt hakeutuivat tutkimuksen osallistujiksi joko omasta, tai huoltajan innostuksesta. Lopulta osallistujiksi tarjoutui lapsia sekä lähialueeltani, että kauempaa. Osallistujat asuvat eri puolilla Etelä-Suomea.

Tutkimukseen osallistuvat lapset saivat kauttani maksutta käyttöönsä DragonBox-pelin. Seuraavassa luvussa esittelen DragonBox – materiaalia sekä tutkimuksessa käytetyt pelit. DragonBox – materiaali valikoitui tutkimuksessa käytäväksi sen rikkaan visuaalisen kuvaston vuoksi, jota peleissä on. Pelit ovat saaneet myös laajasti tunnustusta maailmalla.

### **4.3 DragonBox–materiaali**

DragonBox on opetusmateriaalikonaisuus. Se sisältää perinteisten oppikirjojen lisäksi oivallukseen tähtäävät matikkalaboratoriot, sähköisen materiaalin, konkretiavälineet, keskustelukirjan ja tarinallisen ulottuvuuden, jota myös vanhemmat voivat ohjeiden avulla hyödyntää kotona. Kokonaisuus on muokattu norjalaisesta innovaatiosta vastaamaan suomalaista opetussuunnitelmaa. (DragonBox, 2020.)

Materiaali ohjaa opetustilanteita kolmeen eri vaiheeseen jakautuvaan kokonaisuuteen, jossa oppilaat ovat itse toimijoita ilmiöön tutustumisesta asti. Tavoitteena on saada opetustilanne olemaan vuorovaikutteinen. Materiaali sisältää digitaalisia työkaluja matemaattisten ilmiöiden ja mallien esittelyyn, selittämiseen ja tutkimiseen. Monenlaisten opetusvälineiden ja -sovellusten avulla voidaan luoda matematiikan tunneille vaihtelua ja lisätä mahdollisesti matematiikan kiinnostavuutta ja herättää uteliaisuutta.

Opetustilanteiden ensimmäinen vaihe on opettajan ohjaama johdattelu aiheen äärelle. Tarkoituksena on tutkia, ihmetellä, testata ja keskustella uudesta ilmiöstä. Seuraavaksi ilmiöön tutustutaan harjoitusten kautta. Harjoitteita tehdään

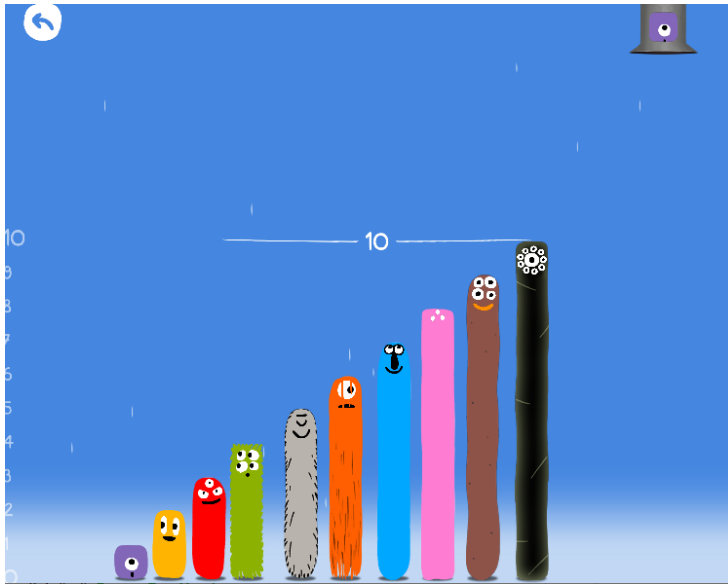
sekä yksilö- että ryhmätyöskentelynä. oppimista syvennetään digitaalisilla, pelillisillä, osin ongelmanratkaisu-, tehtävillä Tarinallinen ulottuvuus lisää motivaatiota ja antaa matematiikalle merkityksen, sen avulla visualisoidaan ja sanallistetaan matemaattisia ilmiöitä. Lasten kertoessa ääneen matematiikasta, heidän ajattelunsa kehittyy (vrt. esim. Joutsenlahti, 2003).

DragonBox-materiaali on kehitetty vastaamaan voimassa olevan opetussuunnitelman (POPS2014) tavoitteita. Se yhdistelee joustavasti konkreettisia, digitaalisia ja perinteisiä (kirja, kynä, paperi) työvälineitä. Oppilaat soveltavat oppimaansa monella eri tavalla, jolloin oman oppimisen osoittaminen joustavin menettelyin (POPS 2014) toteutuu.

Tässä tutkimuksessa oppilaat pelasivat neljää eri matikkapeliä; Numbers, BigNumbers, Algebra 5+ ja Algebra 12+. Peleistä Numbers kehittää eteenkin pelaajan lukumääräisyyden tajua ja laskemisen taitoja (vrt. kuvio 2). BigNumbers sisältää edellisten lisäksi peruslaskutaitoa harjaannuttavia tehtäviä. Algebrapeliin tavoitteena on syventää matemaattisten suhteiden ymmärrystä ja aritmeettisia perustaitoja. Niiden perustana on yhtälönratkaisutaitojen kehittäminen, pelikenttä on jaettu kahteen osioon ja peleissä pyritään tasapainoon pelikenttien välillä. Seuraavissa alaluvuissa esittelen tarkemmin tutkimuksessa käyttämäni pelit.

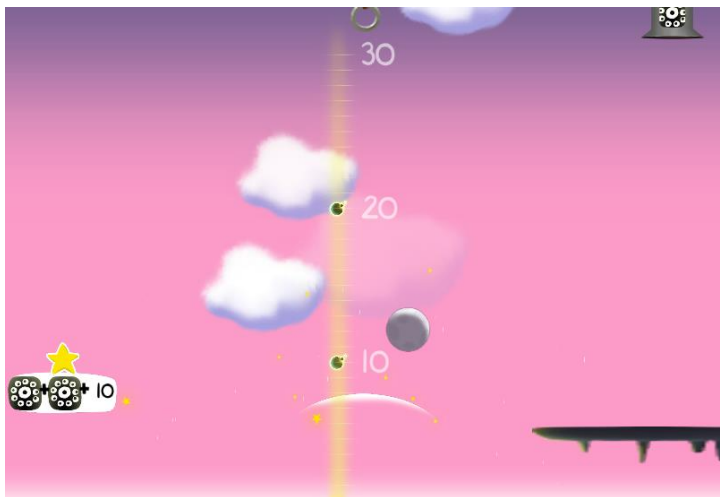
## **Numbers**

Numbers on 4-8-vuotiaille suunnattu matikkapeli, jossa tutustutaan lukumääriin hahmojen, noomien, avulla. Jokainen noomi vastaa lukumäärää yhdestä kymmeneen. Noomeilla on jokaisella oma luonteensa ja hahmon ominaispiirteet. Noomit kannustavat lasta leikkimään ja leikin kautta kasvattamaan ymmärrystä siitä, mitä luvut ovat ja mitä niillä voi tehdä. Noomeja voi yhdistellä suuremmiksi lukumääräksi syöttämällä noomeja toisilleen ja hajottaa pienemmiksi lukumääräksi halkaistamalla noomin haluamastaan kohdasta. Kuvassa 5 on esitelty noomit.



Kuva 1. Noomit, lukumääriä kuvaavat hahmot, jotka seikkailevat sekä kirjoissa että peleissä, käytössä on myös konkreettiset noomisauvat luokkahuonetyöskentelyn tueksi. (DragonBox)

Numbers pelissä on erilaisia matematiikkaan tutustuttavia osiota. Hiekkalaatikolla pelaaja voi tutustua noomeihin ja niiden yhdistelemiseen vapaasti, Juoksu-pelissä kerätään tähtiä ja kolikoita. Tässä tutkimuksessa osallistuja pelasi Tikkaat-peliä, jossa pelaaja rakentaa noomeista vinkkien avulla halutun korkuisen tornin. Tornin rakentamisesta tulee pelin edetessä haastavampaa. Tornin pituuteen liittyvät vinkit muuttuvat päättelykykyä vaativiksi tai vaihteittaisiksi. Lisäksi tornin rakentamisen tielle ilmaantuu pommeja, jotka hajottavat noomitornin ykkös-noomeiksi. Kuvassa 6 on yksi Tikkaat-pelin kentistä.



Kuva 2. Yksi Tikkaat-pelin kenttä, jossa tavoitellaan 30 korkuista tornia, pelaajan odotetaan tunnistavan mustat monisilmäiset kuvat 10-noomeiksi ja rakentavan tornin valmiiksi ennen valokeilaan asettamista. (DragonBox)

Pelissä oppilaan tehtävänä on rakentaa noomi-hahmoista tarvittava lukumäärä-torni. Rakentamisen tukena on lukusuora, jolle rakennelma kootaan ja johon tavoiteltu lukumäärä on merkattu usein tähdellä. Pelissä ei ole yksityiskohtaisia ohjeita, vaan pelinäköymässä on erilaisia vihjeitä siitä, mitä oppilaan tulee rakentaa ja miten. Aluksi tavoiteltava asia sanotaan ääneen kentän alussa, pelin edetessä tavoiteltava lukumäärä esitetään joko noomihahmolla, numeroin, sanallisesti, tähdellä tai näiden yhdistelmällä. Kentässä on aina käytössä jokin noomi ykkösen ja kympin väliltä, mutta pelaaja voi yhdistellä noomeja suuremmiksi ja rakentaa torneja noomeja yhdistelemällä. Tarvittaessa tornia voi pienentää halkaisemalla tornin, aivan kuten noomihahmojakin voi pienentää.

Haastavuus lisääntyy pelin edetessä. Lukusuoralla on joissain kentissä lisäyskohtia, joiden kohdalle päättyvä torni kasvaa nuolella olevan lukumäärän verran lisäpituutta. Lisäpituudesta on toisissa kentissä etua ja toisissa haittaa. Osassa kentistä pelaajalle paljastetaan ensin vain avain, jonka saavuttamisen jälkeen paljastuu joko toinen avain tai päämäärä, eli tähti.

## BigNumbers

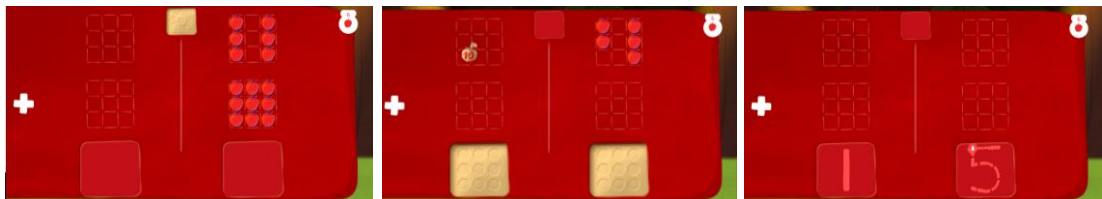
Tässä pelissä pelaaja pääsee tutustumaan yhteen- ja vähennyslaskuun. Pelissä kerätään erilaisia asioita, esimerkiksi omenoita ja niillä saadaan hankittua pelin etenemiseen vaikuttavia asioita, esimerkiksi omenapuita, jotta saadaan enemmän omenoita. Tavoitteena on hankkia kerätyillä asioilla timantteja. Pelissä tutustutaan kymmenjärjestelmään ja harjoitellaan vaihtotaloutta sekä yhteen- ja vähennyslaskujen algoritmeja. (DragonBox)



Kuva 3. Pelinäkymä (DragonBox)



Kuva 4. Pelaaja voi hankkia keräämillään tuotteilla esimerkiksi omenapuita, jotka nopeuttavat omenoiden keräämistä. (DragonBox)



Kuva 5. Kerätyt omenat lisätään vanhoihin yhteenlaskutaululla, joka mukailee al-lekkain laskun algoritmia, laskun yhteydessä pelaaja piirtää numeromerkit. (DragonBox)

## Algebra 5+

Pelissä tutustutaan algebran käsitteisiin ja ensimmäisen asteen yhtälöön erilaisen pulmien ja tehtävien avulla. Pelissä on tavoitteena tyhjentää laatikon puoli pelikentästä muista kuvioista, jolloin saa selville, mikä tai mitkä kuviot menevät laatikkoon. Aluksi pelissä yhdistellään kortteja toisiinsa niin, että vastakohtakortit yhdistämällä saa kortit katoamaan.



Kuva 6. Pelikenttänäkymä Algebra 5+ pelistä (DragonBox).

Yhdistämällä ne kortit, joissa on sama kuva mutta eri värimaailma (päivä- ja yökortit, niin kuin eräs pelaaja ne nimesi,) saa kortit katoamaan. Pelin edetessä kuvakorttien yhdistämisen lisäksi pelikentälle voi lisätä kortteja, ja ne tulee lisätä aina molemmille kentän puoliskoille. Vähitellen kentälle ilmestyy kuvakorttien lisäksi ensin lukumääräkortteja ja sitten kirjaimia ja numeroita. Kirjain- ja numero-kortit saa poistettua pelikentältä yhdistämällä ne miinus merkkiseen kirjaimeen tai vastalukuun.

Pelin seuraava vaikeusasteessa pelitoimintaan tulee mukaan erilaiset matemaattiset laskutoimitukset, kerto- ja jakolaskut, korttien lisäämisen ja yhdistämisen lisäksi. Kuvassa 7 on tehtävä, jossa on suoritettava jakolaskuja. Osa kuvioista on allekkain ja niiden välissä on jakoviiva.





Kuva 7. Algebra 5+ (DragonBox).

Kuvassa 7 esitellyssä tilanteessa, jaettaessa kuva itsellään (salamanteri sinisellä pohjalla, arpakuutio silmäluvulla 5 ja kirjain a), saadaan valkoisella pohjalla oleva arpakuutio silmäluvulla yksi. Lopulta arkkuun päätyy siis arpakuutio silmäluvulla yksi ja punainen eläinhahmo.

Jako- ja kertolaskutehtäviä voidaan jatkossa tehdä myös lisäämällä itse jakajia ja kertoimia kuville. Yhtälöratkaisun mukaisesti jokainen laskutoimenpide on tehtävä kaikille kentällä oleville kuvioille, joten laskujärjestyksellekin tulee oma merkityksensä. Kuvassa 8 on jo hiukan monimutkaisempi ja monivaiheisempi tehtävä.



Kuva 8. Algebra 5+, tehtävä (DragonBox).

Kuvassa 8 esitellään pelitilanne, jossa ensin jaetaan punaisella kuviolla punainen kuvio, jolloin saadaan arpakuutio silmäluvulla yksi, jolla kerrotaan mustapohjainen salamanteri, saadaan mustapohjainen salamanteri, joka saadaan yhdistettyä pariinsa ja katoamaan. Seuraavaksi lisätään kaikkiin kentällä oleviin kuvioihin kertoimeksi arpakuutio silmäluvulla kolme, jolloin saadaan arkun jakaja sievennettyä pois. Lopuksi lisätään kaikkiin jäljellä oleviin kuvioihin jakajaksi arpakuutio silmäluvulla viisi mustalla pohjalla, jolloin arkun kertoimeksi jää kaksi arpakuutiota silmäluvulla yksi, joista tulee pelkkä arkku. Toisella puolella on tällöin oranssi hahmo kerrottuna arpakuutiolla kolme valkoisella pohjalla ja jakajana arpakuutio silmäluvulla viisi mustalla pohjalla. (DragonBox)

## Algebra 12+

Kyseessä on maailmalla palkittu yhtälönratkaisua opettava peli, joka on saman kaltainen Algebra 5+ pelin kanssa. Pelin kentät ovat haastavampia ja vaikeustaso kasvaa nopeasti pelin edetessä. Arkku vaihtuu vähitellen kirjaimeksi  $x$  ja kuvakortit vaihtuvat numeroihin ja kirjaimiin. Laskutoimituksista tulee vähitellen monimutkaisempia ja laskujärjestys nousee keskeiseen asemaan.

Kuvassa 9 on esitelty eräs pelin kenttä, jossa tehtävien järjestyksellä on jo paljon merkitystä.



Kuva 9. Pelin alkutilanne vasemmalla, oikealla pelaajan virheellisestä toiminnasta johtuva ongelmatilanne. (DragonBox)

Kentän alkutilanteessa pelaajan olisi pitänyt poistaa nollakortit koskettamalla niitä, ja vasta sitten pyrkiä poistamaan muita numeroita  $x$ :n puolelta kenttää. Seuraavaksi pelaajan tulisi lisätä molemmille puolille kenttää  $-5$ , ja poistaa sitten yhdistämällä  $x$ :n puolelta  $-5$  ja  $5$ . Vasta tämän toimenpiteen tehtyään pelaajan pitäisi

jakaa jokainen jäljellä oleva kortti numerokortilla 6. Jolloin  $x$ : keroimeksi saadaan 1 ja 1 kertaa  $x$  on yhteensä  $x$ . Toiselle puolelle jää  $\frac{5}{6}$  ja  $\frac{i}{6}$ .

#### 4.4 Pelitilanteet

Kaikki pelitilanteet tapahtuivat etäyhteyden kautta, pelaajat olivat omissa kodeissaan ja minä omassani. Käytimme videopuheluyhteyttä, ja tallensin puhelun videotallenteena omalle koneelleni. Ennen nauhoituksen alkua juttelimme pelaajan kanssa hiukan ja pelasimme muutamia harjoituspelejä, jotta pelaaja hiukan rentoutui ja olimme molemmat varmoja, että peli myös toimii. Alkukeskustelussa havainnoin myös osallistujan tapaa kommunikoida kanssani, jotta kykenin vertaamaan pelin aikaista kommunikointia vapaampaan keskusteluun. Kaikkien osallistujien tapa olla vuorovaikutuksessa oli samanlaista sekä nauhoitustilanteen ulkopuolella että sen aikana. Kerroin vielä ennen nauhoituksen alkua tutkimuksestani lapselle ja myös heidän huoltajilleen, ja varmistin että he ovat vapaaehtoisesti osallistumassa tutkimukseen. Muistutin pelaajaa myös siitä, että hän saa missä vaiheessa tahansa sanoa, ettei halua pelata enempää.

Kaikki pelaajat kertoivat pelanneensa koulussa matikkapelejä, osa listasi Ekapeelin ja Otavan digitehtäviä, osa ei osannut nimetä pelaamiaan pelejä. Kukaan ei ollut aikaisemmin kuullut DragonBox-koulusta, mutta osa osallistujista oli ladanut pelin ennen yhteistä pelihetkeämme ja kokeillut sitä itsekseen etukäteen.

Suurin osa pelaajista ei osannut selittää, mitä matematiikan puhuminen tarkoittaa tai kuinka sitä puhutaan. Kaksi pelaajista kertoi, että;

*"Niinku siinä selitetään lukuja tai jos joku on niinku yhtäsuuri kuin toinen tai ne plus ja miinus." Teija*

*"Matikkaa puhutaan numeroilla." Tuomo*

## Teemu

5.-luokkalainen Teemu pelaa Numbers-pelin Tikaspeliä.

Teemu tutustuu rauhallisesti ensimmäiseen kenttään.

*“Mitäs tässä pitää nyt tehdä?” “Ahaa...tossa on avain, eli 83.” “mä rakennan tosta kolmosen”*

(tiputtaa kolme ykköstä ja yhdistää ne kolmoseksi).

*“ja sitten se ottaa aina noi kympit tosta”*



*“Nyt se otti sen avaimen, eli nyt mun pitää päästä 86, eli otan vielä kolme. Noin.”*

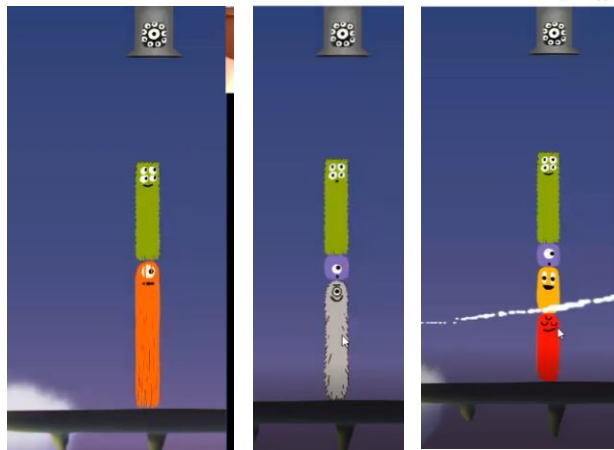
Seuraavan kentän avain on 40 kohdalla. Käytettävissä on 10 noomit. Teemu katsoo, ettei lukusuoralla ole esteitä, eli pommeja

*“Eli 40 pitää päästä, mä otan neljä kymppiä, noin, kolmekymmentä....ja neljäkymmentä. Nyt mä sain avaimen”*

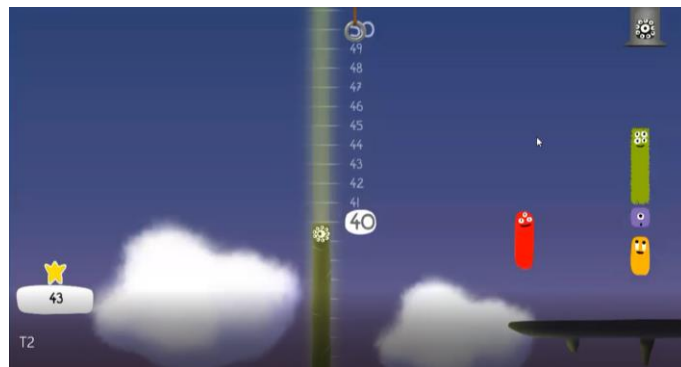
Tässä vaiheessa pelikentän sivuun ilmestyy numero 43 ja avaimen poistuessa näytöltä lukumäärä 43 sanotaan myös ääneen. Teemu kuitenkin puhuu itse juuri samaan aikaan, eikä havaitse saamaansa ohjetta heti. Hetken ajan hän etsii ruudulta tähteä tai muuta merkkiä, kunnes huomaa ruudun sivussa numeron 43.

*“aa..se on tuolla, eli neljäänkymmeneen kolmeen.”*

Teemu pudottaa itselleen yhden kympin, ja paloittelee sen saadakseen kolmosen.



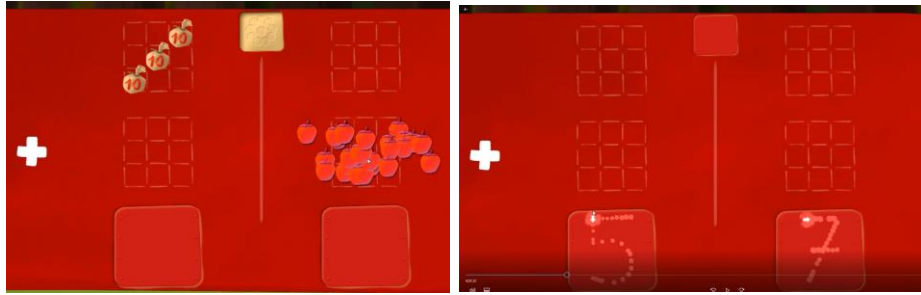
*“..eli pitää saada kolmonen, tosta, eikäku nyt tuli kuus ja neljä, no nyt on viis ja yks, vielä vitosesta kaks pois.”*



*“Eli saatiin kolmonen ja laitetaan se tohon, niin saadaan 43.”*

## Teija

4.-luokalainen Teija pelaa BigNumbers peliä. Aluksi Teija kerää omenoita, niiden avulla hän saa hankittua lisää omenapuita ja lopulta timanttejakin. Kun Teija on kerännyt haluamansa määrän omenoita, hän harjoittelee kyseisen lukumäärän kirjoittamista numerolla. Myöhemmin hän laskee jo aikaisemmin keräämänsä ja nyt kerätyt omenat yhteen laskutoimituksen algoritmin hallintaa tukevalla alustalla.



*“Nyt mä laitan näitä omenoita, niin mä saan vastauksen. Nää pitää laskea yhteen, laitan kympit erikseen ja ykköset erikseen.” “Niitä tuli 57, oli helppoa!”*

Seuraavaksi Teija siirtyy ostamaan keräämillään omenoilla kiviä, joilla saa myöhemmin hankittua timantteja.

*“Tarvitsen 47 omenaa, mulla on 57, eli mulle jää 10.”*

- pelaaja laskee oma-aloitteisesti päässä laskun, ilman että peli vaatisi sitä tässä vaiheessa.

Murskattuaan kivenhakkauskentässä omenoilla hankkimansa lohkarit, pelaaja siirtyy yhteenlaskunäkymään, jossa näkyy ennestään kerätyt 23 kiveä ja nyt kerätyt lisätään niihin.



*“Oho, onpa monta! Ensin mä kerään täydet kympit täältä ykkösistä tonne kymppien puolelle. Ykkösiä ei jäänyt yhtään, kymppejä on viisi.”*

*“Tää oli helppoa!”*

*“Sitten vielä omenoita lisää!”*

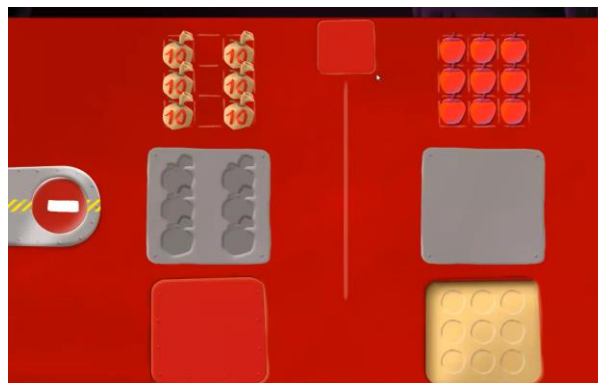
Pelaaja siirtyy keräämään omenatarhasta kypsyneet omenat, joita hän vielä tarvitsee timantteja saadakseen.



Tällä kertaa laskutoimitus onkin järjestelty niin, että kympit on asetettu valmiiksi omaan osaansa algoritmipohjaa.

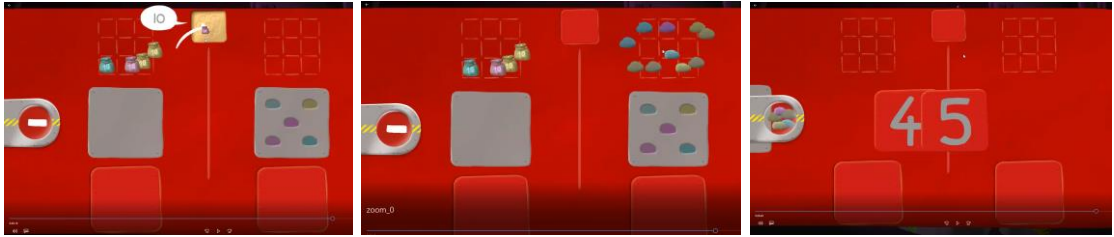
*“Tänne onkin ilmestynyt kympit valmiina. Laskeminen aloitetaan ykkösistä, niitä tulee yhdeksän, ja kympeistä tulee kuusi, eli kuusikymmentäyhdeksän.”*

Tässä vaiheessa pelaaja huomaa keränneensä riittävästi omenoita ja kiviä timanttia varten, joten hän siirtyy timanttiluolaan. Timantteja saadakseen, pelaajan pitää luopua omenoistaan, joten seuraavaksi lasketaan vähennyslasku; 69-60:



*“Laskeminen aloitetaan ykkösistä, niitä jää yhdeksän, ja sitten kympit, niitä ei jää yhtään.”*

Pelaajalla on myös kiviä kerättynä timanttia varten. Yksi timantti maksaa 5 kiveä, pelaajalla on kiviä 50. Vähennyslasku vaatii lainaamista:



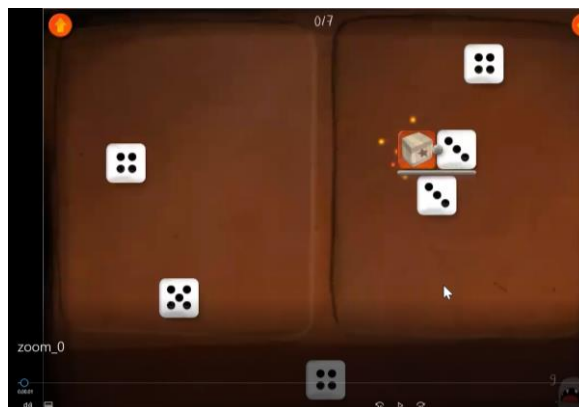
*“Mä hajotan yhen noista kympeistä, ja sitten mä voin vähentää siitä sen viisi kiveä...Ykkösiä jää viisi, ja kympejä neljä. Eli 45.”*



*“Jee, nyt mulla on jo kaksi timanttia. Tää on kiva peli, osa laskuista on helppoja mutta ei se haittaa.”*

## Tuomo

Tuomo, joka on 5.luokalla, pelaa Algebra 5+ peliä. Tuomo pelaa kenttiä, joissa on mukana murtolukuja tai jakolaskuja sekä lukumäärällä yksi kertomista. Myös murtoluvun kertomista kokonaisluvulla harjoitellaan myöhemmissä kentissä.

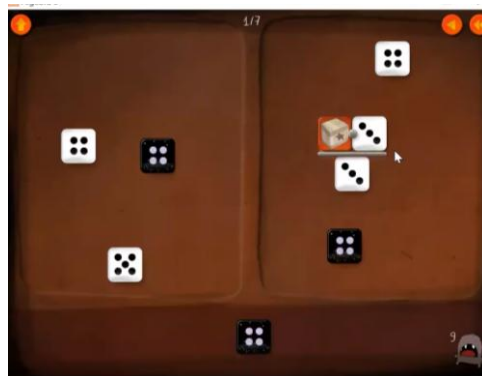




Aluksi pyydän Tuomoa kertomaan, mitä hänen pitää pelissä tehdä.

*“Eristää näitä laatikoita. Lisäämällä kortteja ja yhdistelemällä niitä”*

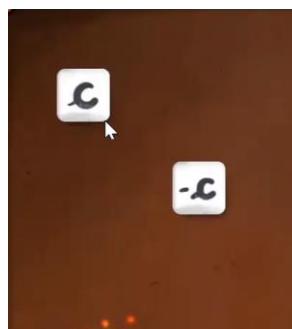
Tuomo kääntää alareunassa olevan lukumääräkortin “yö-kortiksi” ja lisää molemmille puolille kortit. Seuraavaksi hän yhdistää lukumääräkortit, joissa on sama lukumäärä, mutta jotka värimaailmaltaan ovat toistensa vastakohtia. Näin hän saa lukumääräkortit, joissa on lukumäärä 4 katoamaan molemmilta puolilta pelikenttää.



Seuraavaksi pelaaja yhdistää murtolukuna näkyvän laatikko lukumääräkortti- yhdistelmän lukumääräkortit toisiinsa, ja yhdistää näin syntyneen kertolaskun “laatikko-kertaa- yksi” ja jäljelle jää laatikko.



Seuraavassa kentässä esiintyy kuvapari c ja -c.



Pelaaja yhdistää ne toisiinsa sanomatta mitään. Kysyn häneltä, mistä hän tiesi, että ne pitää yhdistää:

*“Nokun ne on toistensa vastakohdat.”*

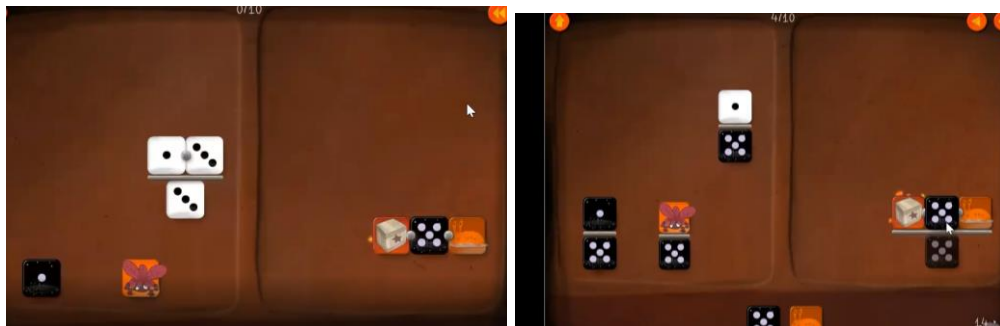
Jatkamme pelaamista, vaikeustaso kasvaa, ja peliin lisätään mahdollisuus sijoittaa kortteja toisten alle, jakajiksi.

*“AA...Tässä pitää jakaa, ja kun jakaa, niin pitää jakaa kaikki.”*



*“Niin sitten tohon tulee ykkönen ja ykkösellä kerrottuna tulee laatikko itse.”*

Tehtävät vaikeutuvat, ja jakamisominaisuuden lisäksi merkitykselliseksi nousee asioiden järjestys. Mikäli pelaaja aloittaa väärällä toimenpiteellä, hän päätyy ongelmatilanteisiin.



Tuomo aloitti tehtävän ratkaisun jakolaskulla, eikä poistanut kentän vasemmalta puolelta ensin arpakuutioita, joiden silmäluku on yksi ja ne ovat toistensa vasta-

kohdat. Muutaman yrityksen ja erehdyksen jälkeen pelaaja kuitenkin huomasi virheensä, koska siirtomäärä meni yli, vaikka hän saikin laatikon eristettyä olemaan yksin kentän oikealla puolella.

*“Eikun aivan, ensin mä jaan kolmosella ja kerron ykkösellä, tulee yksi ja sitten mä saan yhdistettyä nää kaks ykköstä toisiinsa.”*

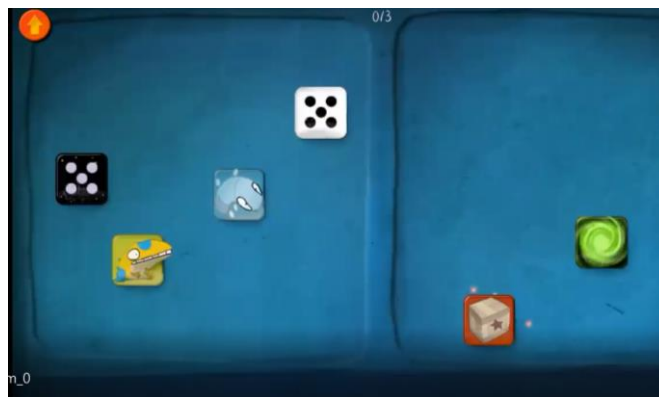


*“Ja sitten mä laitan vitosen tonne alla ja jaan sillä ja sitten vielä tolla etanalla.”*

## Tiina

Tiina on 2.luokalla. Hän pelaa samaa peliä, kuin Tuomo. Aluksi pyydän häntä kertomaan, mitä pelissä pitää tehdä.

*“Eli ensin pitää laittaa noi samanlaiset, joissa on joku musta tai värikäspohja niin päällekkäin, ni sitte saa niistä avaruudet ja sitten vaan näpy näpy ne mustat aukot pois ja sitten saa eläimen laatikkoon.”*



Pelissä harjoitellaan laskujärjestystä, saadakseen kentän ratkaisusta täydet kolme tähteä, pelaajan tulee tehdä siirrot oikeassa järjestyksessä. Eristettyään laatikon yksin toiselle puolelle, peli loppuu eikä muita kortteja voi enää poistaa. Tiina huomaa yhdistää arpakuutiot, joissa on sama silmäluku, mutta vastavärit, pelikentän vasemmalla puolella ja poistaa vihreän "avaruuden" sen jälkeen laatikon puolelta.

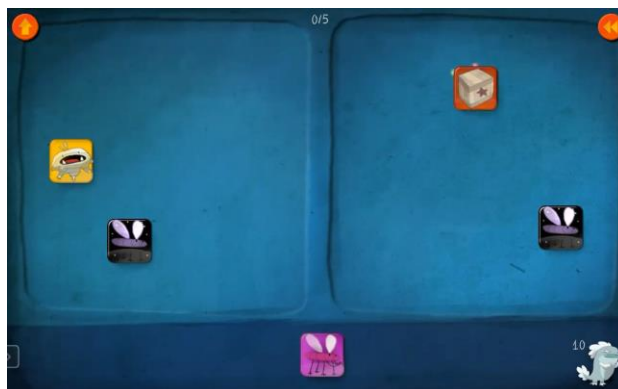
*"Eli ensin mä yhdistän noi vitokset ja sitten vasta poistan tuon avaruuden tuolta laatikon puolelta."*

Kun kysyn pelaajalta, mistä hän tietää, mikä on oikea määrä siirtoja, hän kertoo, että sen näkee kentän ylälaidasta,

*"siitä missä on se kenoviiva ja numero".*

Seuraavaksi pelissä siirrytään siihen vaiheeseen, jossa pelaaja voi lisätä kortteja molemmille puolille pelikenttää.

*"Eli aina kun lisää pitää lisätä molemmille puolille samat."*



Tiina kertoo;

*"Eli nyt mä lisään tommosen ötökän, ja yhdistän ne molemmilla puolilla. Ja sitten laatikkoon menee örkkimörkki."*

Kun kentässä on kuvakorttien lisäksi lukumäärää ilmaisevia kortteja, pelaaja kutsuu niitä silmälukujen mukaan kutosiksi:



*“Ensin mä katson, ettei tuol toisella puolella oo kutosta eikä toisella puolilla oo örkkimörkkiä. Ensin mä lisään toiselle puolelle örkkimörkin ja toiselle puolelle myös ja sitten lisään ne kutokset ja sitten näpynäpy ja se on valmis, toi toinen örkkimörttijuttu on vaan hämäystä, sitä ei tarvittu koska se on eri puolella kuin laatikko.”*

## Tyyni

4.luokkalainen Tyyni pelaa myös Algebra 5+ peliä, eli samaa peliä, kuin Tuomo ja Tiina.

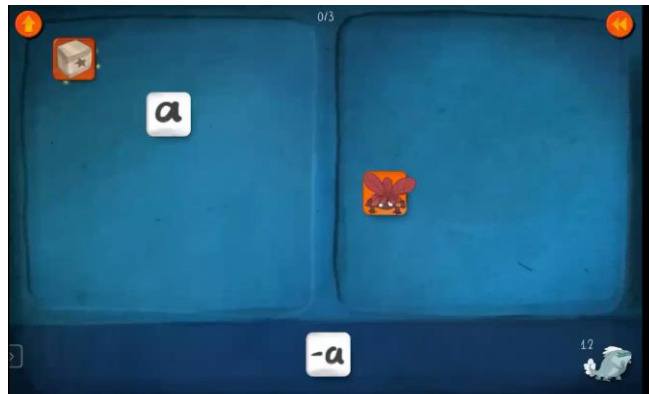


*“Ensin mä siirrän nää ötökät täältä puolelta, missä ei ole laatikkoa, ni yhteen” “Ja sitten mä siirtelen toisn puolen ötökät ja sitten se on siinä se kenttä.”*

Tyyni siirtelee kortit nopeasti ja siirtyy seuraavaan kenttään, kun kysyn, miltä kenttä tuntui, hän vastaa

*“Nää on helppoja”.*

Seuraavassa kentässä on mukana myös kirjainsymboleita.

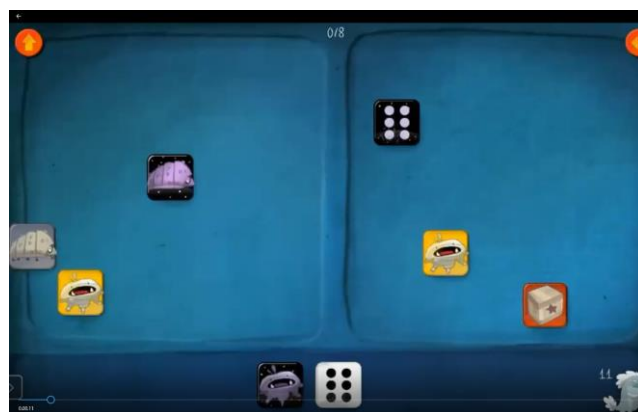


Symbolit eivät hämää pelaajaa, vaan heti kentän avattuaan Tyyni kertoo;

*“ton a:n ja miinus a:n voi yhdistää, kun ne on toistensa vastakohtat  
ihän niin kuin yö- ja päiväkortit.”*

## Timo

2.luokalla oleva Timo pelaa DragonBox-koulun peliä Algebra 12+.



Timo on nopea, hänen tapansa pelata on hätäinen eikä hän meinaa pysähtyä miettimään mitä tekee ja miksi. Hän ei malta myöskään kertoa mitä tekee, vaan alkuosa pelihetkestä kuluu hiljaisuudessa. Kun Timo huomaa, ettei hän osaakaan ratkaista kenttää, hän pyytää välittömästi minulta apua

*“Sähän osaat ratkaista tän, kun oot ope.” “Tee sinä tämä.”*

Kieltäydyn pelaamasta peliä Timon puolesta, sen sijaan rohkaisen häntä miettimään itse, mitä pelissä pitikään tehdä. Palaamme ehdotuksestani muutaman kentän taaksepäin, helpompiin tehtäviin pohtimaan, miten havaittu ongelma saataisiin ratkaistua.

Palatessamme Timon jo ratkaisemiin pelikenttiin pyydän Timoa kertomaan, mitä hänen mielestään kentässä pitäisi tehdä. Annan hänen kokeilla myös virheellistä teoriaansa, ja rohkaisen pohtimaan miksi se ei toiminut. Näin toimien Timo oivaltaa itse oman virheensä ja keksii itse myös ratkaisun ongelmaan.

*“Aa..nyt mä tajusin, tää pitää laittaa molemmille puolille tää sama ja sitten yhdistää nää.”*

Ongelman ratkettua Timo jatkaa nopealla pelityylillään seuraavaan ongelmaan asti. Kehotan häntä aloittamaan kentän alusta. Tällä kertaa Timo malttaa miettiä ja kertookin ajattelustaan.

*“Mä pystyn yhdistämään ton miinus a:n ja a:n.”*

*“Tää menis tänne ja toi menee tonne” “Sitte mun pitää saada toi miinus c tonne, joo miinus c menee sinne”*

Kun peliin tulee lisäelementiksi murtoluvut, Timo keksii nopeasti, että samojen korttien ollessa jakoviivan ala- ja yläpuolella, hän saa ne muutettua lukumääräkortiksi, jonka silmäluku on yksi.

*“Aa, laatikko ja laatikko muuttuu.”*

Timo jatkaa tehden muodostuneen kertolaskun:

*“Siirrän viereisen päälle, niin ykkösen häviää.”*

Timo hyödyntää peruutusmahdollisuutta aina, kun huomaa tehneensä virhesiirtoja.

*“Mä meen alkuun, kun tuli turhia siirtoja. Tässä riittää, että lisään tän ykkösen.”*

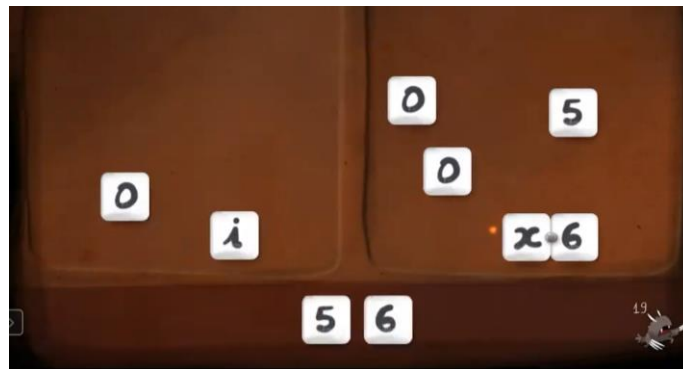
Kun pyydän pelaajaa kertomaan, mitä hän tekee, hän kertoo:

*“toi tonne ja toi tonne ja sitten nää yhdistetään, noin mitään ei tullu turhaan.”*

Kenttien vaikeutuessa Timo hidastaa hiukan tahtia ja pohtii ääneen

*“sitten tässä on nämä...mitähän...no tässä mun pitäis saada yhdistettyä nää noin ja saada nää samat kuviot ni tulee ykköset ja ne ku yhdistää niin jää pelkkä c.”*

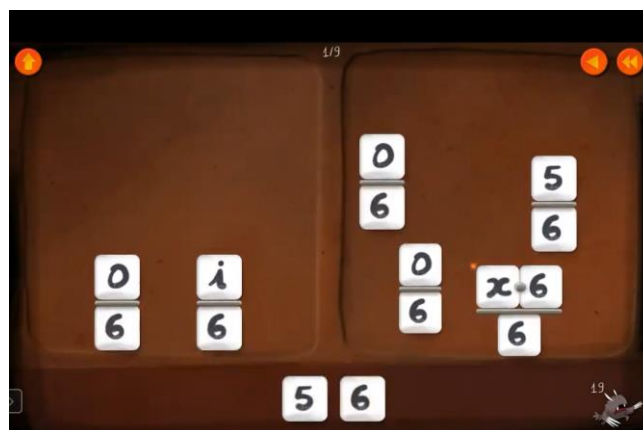
Pelihatkemme loppupuolella kentässä kuvien tilalla on numeroita ja kirjaimia. Laatikko on korvattu kirjaimella X.



*“Nyt tulee sentää numeroita!” “Ai mitkä vois yhdistää?!” “No nämä, kun nää on pilkulla yhdistettynä!”*

Timo yrittää yhdistää numeron 6 X-kirjaimiin.

*“Eikun, toi pitää laittaa tonne alle!”*





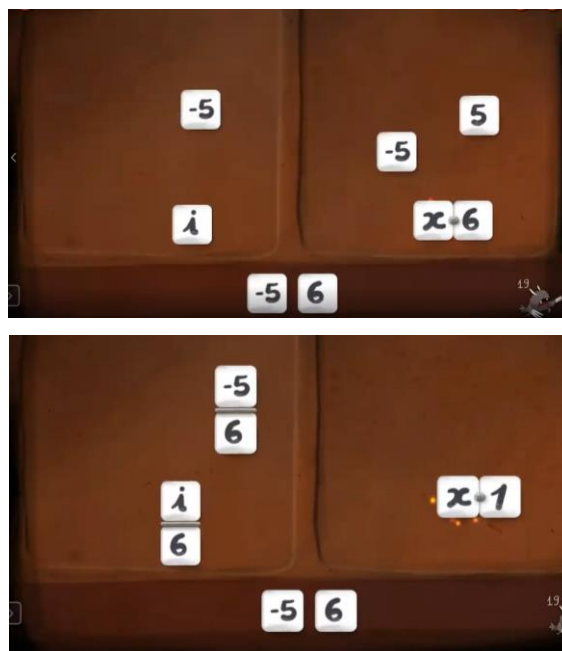
*“Nyt voin yhdistää nää kutoset ja tulee ykkönen joka on pilkulla kiinni ja sen voi yhdistää.”*

Kun Timo huomaa, ettei ratkaisu ollut oikea, hän palaa kentän alkuun. Ohjaan Timon huomion kentän muihin kortteihin.

*“Mitäs sä voisit tehdä noille muille korteille ennen kuin lisäät sitä kutosista?”... ”mites toi nolla?”...*

Timo valitsee nollan ja kortti katoaa.

*“Aa...ne vaan hävis, no niinhän nolla tekee.”*



*“Niin tässä tapahtuu semmonen jakolasku, kun kuus jaettuna kuudella on yksi!”*

## 4.5 Aineiston analyysi

Olen analysoinut aineistoa teorialähtöisesti hyödyntäen sekä kuviossa 4 esiteltyä nelikenttää (Joutsenlahti & Rättyä, 2014), että kuviossa 3 esiteltyä sanataulukkoa (Jennings ym., 1992). Muokkasin kuviossa 3 esitellystä taulukosta omaa tutkimustani varten kuviossa 6 esitellyn taulukon.

| Luokittelu          | Tunnussanat   |
|---------------------|---|
| Vastaavuus          | sama kuin, yhtä suuri kuin  |
| Laskutoimitukset    | Yhteensä, yksi lisää, yksi vähemmän, lisätä, vähentää, jakaa, kertoa, on yhteensä, ottaa pois |
| Numerot ja symbolit | numeraalit; yksi, kaksi... kirjaimet; x, c, -a...   |
| Aika                | ensin, aikaisemmin, jälkimmäiseksi, myöhemmin   |
| Lukumäärä           | Paljon, vähän, enemmän, vähemmän, liikaa, liian vähän...                                      |

Kuvio 6. Tässä tutkimuksessa käytetty luokittelu ja esimerkkejä määrittelevistä sanoista (Jennings ym. 1992 mukaillen).

Analysoin aineistoa sekä videoita tarkasti seuraten ja muistiinpanoja näkemästäni tehden, että litteroiden aineiston tekstimuotoon. Litteroinnissa hyödynsin tietokoneen sovellusta, joka muunsi puhetta ääninauhalta tekstiksi. Analyysi jakautui kahteen osaan, ensimmäisessä osassa tarkkailin videoilla esiintyvää toiminnan kieltä ja muita kieliä sekä pelaajan tapaa käyttää eri kieliä osin samanaikaisesti. Toisessa vaiheessa analysoin tekstiä määrällisen tutkimusotteen kautta laskien sanoja ja verraten havaintoja toisiinsa. Vertailun toteutin aina pelaajakohteisesti, verraten saman pelaajan toimintaa eri kentillä toisiinsa.

Tässä alaluvussa esittelen tekemäni luokittelu- ja järjestelytoimet. Ensimmäisessä alaluvussa esittelen laadullisen sisällönanalyysin luokittelut ja jäsennyksen. Jälkimmäisessä alaluvussa esittelen tutkimukseni kvantitatiivisen osion aineiston käsittelyn ja luokittelun.

## **Pelitilanteissa esiin nousseita tapoja kielentää matemaattista ajattelua**

Etsin aineistosta pelaajien sanoittamaa matemaattista symbolikieltä sekä luonnollista kieltä. Lisäksi videoita seuraamalla tein havaintoja toiminnan kielestä. Lopuksi loin yhteyksiä pelaajan toiminnan kielen ja puhuttujen kielten välille. Kuvio-kielen havainnointi tapahtui myös videoitujen pelitilanteiden kautta. Kielen luokittelun apuna käytin kokoamaani taulukkoa (kuvio 6).

Analysoin aineistoa sekä litteraateista, että videoituja pelitilanteita pätkissä katsomalla. Lisäksi tutkin litteraattia ja videoita yhdessä, jolloin sanat ja teot oli mahdollista liittää toisiinsa. Videon käyttö mahdollisti tilanteeseen palaamisen ja aineiston avulla pystyinkin analysoimaan pelitilanteita useaan kertaan aina työvaiheen vaatimasta näkökulmasta käsin silti muuttamatta alkuperäisaineistoa (Vienola, 2005).

## **Pelin kuvakielen vaikutus pelaajan puheeseen**

Tutkimukseni kvantitatiiviseen osaan valitsin ne pelihetket ja pelaajat, joiden peleistä oli erotettavissa tehtäväkenttiä, joissa ei ollut matemaattisia symboleja. Tähän osuuteen valikoituivat siis Timo, Tyyni, Tiina ja Tuomo. He pelasivat Algebra 5+ ja Algebra 12+ pelejä.

Tunnistin ja erottelin aineistosta matematiikkaan, numeroihin ja laskutoimituksiin, liittyvää puhetta (Ramani ym., 2014). Osallistujien puheesta erottui esimerkiksi laskemista ääneen, numeraalien tunnistamista ja laskutoimitusten sanoittamista. Luokittelun avuksi kokosin taulukon Jenningsin, ym. (1992 s. 267) mallin mukaan, käyttämäni taulukko on esitelty kuviossa 6.

Vertasin pelaajien matematiikkapuhetta pelin kuvakieleen, tavoitteenani oli tutkia, mikäli kielentämisessä on havaittavissa eroavaisuuksia, kun kuvakorttien lisäksi pelikentällä on numeroita ja matemaattisia symboleita. Tätä vertailua varten erotin videotallenteista kohtia, joissa pelikentällä ei ollut matemaattisia symboleita ja

vertasin näiden pelinaikaista puhetta niiden hetkien puheeseen, kun kuvakorttien lisäksi pelikentällä oli matemaattisia symboleja.

Valitessani ja määritellessäni pelikentistä tätä tutkimusosiota varten pelitilanteita, määrittelin pelikentän matematiikkasisällön sen alkutilanteen mukaan. Lisäksi jätin huomioimatta kahden kuvion erottavan jakoviivan, ja määrittelin kyseiset kentät ei-matematiikkaa sisältäviksi kentiksi, mikäli jakoviivan ylä- ja alapuolella oli sama kuvio. Toimin näin, koska pelaajista vain yksi tunnisti jakoviivan jakolaskun merkiksi ennen kuin jakoviivaan liitettiin numeroita. Tämän valinnan seurauksena osassa kentistä pelaajan edetessä kentän tehtävissä kuviokortit muuttuivat lukumäärää yksi osoittaviksi kuvakorteiksi. Samasta syystä jätin merkitsemättä kertomerkistä puhuttaessa ”nää on tolla pilkulla yhdistetty”, matemaattiseksi puheeksi, koska tässä yhteydessä ”pilkku” ei tarkoittanut tulkintani mukaan pelaajalle kertomerkkiä, eikä siitä seurannut tapahtumasarja (lukumäärällä yksi kerrottiin jokin kuvio) ainakaan puheen tasolla vaikuttanut tarkoittaneen pelaajalle matemaattista toimenpidettä.

Sanoja luokitellessani määrittelin sanan ”sitten” joko matematiikkaan liittyväksi termiksi tai matematiikkaan liittymättömäksi termiksi sen mukaan, missä yhteydessä kyseistä sanaa käytettiin. Mikäli sanaa käytettiin merkitsemään järjestyksessä seuraavaa toimintaa tai toisena tulevaa asiaa, määrittelin sanan matematiikaksi. Toisissa hetkissä sama sana liittyi puheen sidosteisuuteen samaan tyyliin, kuin täytesanat ”ja” tai ”noniin”, tällöin jätin laskematta sen matemaattiseksi termiksi.

Poistin litteroidusta aineistosta omat puheeni ja järjestelin pelaajan puheet pelikentittäin. Koodasin punaisella ne puheet, jotka liittyivät kenttiin, joiden kuviokieleen oli yhdistetty matemaattisia symboleita. Sininen väri merkkasi niitä puheita, jotka liittyivät pelkkää kuvakieltä sisältäneisiin kenttiin. Lisäksi koodasin värikoodin taulukon mukaiset matemaattiset sanastot. Havaitut sanat ja niiden määrät on esitelty kuviossa 7.

| Luokit-<br>telu            | Tunnussanat  | Timo<br>(yht. ku-<br>vio-<br>kieli/sym-<br>bolikieli) | Tuomo<br>(yht. kuvio-<br>kieli/sym-<br>bolikieli) | Tiina<br>(yht. kuvio-<br>kieli/sym-<br>bolikieli) | Tyyni<br>(yht. kuvio-<br>kieli/sym-<br>bolikieli) |
|----------------------------|--|---|---|---|---|
| Vastaa-<br>vuus            | sama kuin,<br>yhtä suuri kuin  | 4, 2/2  | 1, 0/1  | 2, 2/0  | 7, 5/2  |
| Lasku-<br>toimi-<br>tukset | Yhteensä, yksi<br>lisää, yksi vä-<br>hemmän, li-<br>sätä, vähen-<br>tää, jakaa,<br>kertoa, on yh-<br>teensä, ottaa<br>pois | 6, 0/6  | 11, 4/7   | 1, 1/0  | 1, 0/1  |
| Nume-<br>rot               | numeraalit;<br>yksi, kaksi...  | 31, 4/27  | 6, 1/5  | 5, 0/5  | 5, 1/4  |
| Aika                       | ensin, aikai-<br>semmin, jäl-<br>kimmäiseksi,<br>myöhemmin   | 12, 1/11  | 5, 4/1  | 16, 10/6  | 14, 9/5   |
| Luku-<br>määrä             | paljon, vähän,<br>enemmän, vä-<br>hemmän, lii-<br>kaa, liian vä-<br>hän  | 7, 3/4  | -   | 1, 1/0  | 1, 1/0  |
|                            |  | yht. 60,<br>10/50<br>(17/83%)                         | yht. 23,<br>9/14<br>(39%/61%)                     | yht. 25,<br>14/11<br>(56%/44%)                    | yht. 28<br>16/12<br>(57%/43%)                     |

Kuvio 7. Tutkimusaineistosta havaitut sanamäärät; yhteensä, kuvakieltä sisältä-  
vässä kentässä/ matematiikkaa sisältävässä kentässä.

Seuraavaksi laskin jokaisen kentän puheen sanamäärät ja selvitin, kuinka suuri prosentuaalinen osuus puheesta oli koodattuja matemaattisia sanoja. Vähimmillään matemaattisia sanoja oli 0% ja enimmillään 31%.

Kahden muuttujan, tässä matemaattisten symbolien ja matematiikkaa sisältävän puheen, yhteyttä olisin selvittänyt ristiintaulukoimalla. Tarkastelin aineistoa  $\chi^2$ -testillä, tavoitteena olisi ollut saada selville, mikäli muuttujien yhteneväisyys on tilastollisesti merkittävä, vai johtuuko havaittu yhteys sattumasta (Metsämuuronen, 2011). Aineistoni oli kuitenkin tähän liian suppea, joten ristiintaulukoinnista sain analyysini pohjaksi vain tietoja, jotka olen koonnut kaikkien osallistujien osalta taulukoihin.

Koska aineistoni ei ollut riittävän laaja tilastollisesti merkitsevien laskelmien luontiin, päädyin hyödyntämään numeeriseen muotoon muokkaamaani aineistoa vertailemalla laskemiani sanamääriä toisiinsa. Hylkäsin siis kokonaan tilastollisen tarkastelun. Olisin voinut tehdä toki merkkitestin. Sen avulla olisin pystynyt tarkastelemaan puheen muutosta järjestelemällä aineiston pareittaisiksi eri luokitte-lujen suhteen (Metsämuuronen, 2011). Tarkastelussa olisi ollut siis se, onko matematiikkapuheen määrän muutos sattumaa, vai onko havaittu ero niin suurta, että se ei pysy satunnaisten vaihtelun rajoissa (Metsämuuronen, 2011). Hylkäsin kuitenkin tämänkin laajempaan yleistettävyyteen tähtäävän tarkastelun, koska aineiston koko ei anna luotettavaa kuvaa populaatiosta. Hyödynsin kuitenkin tilastoinnista saamaani tietoa analyysissä, tiedostaen sen antavan vain näkökulman yksittäiseen tapaukseen.

Sen sijaan, että olisin vertaillut kunkin osallistujan puheita kaksiosaisena kokonaisuutena, vertasin jokaisesta osa-aineistosta kahta kenttää toisiinsa. Valitsin vertailtaviksi saman pelaajan sellaiset puheet, jotka sisälsivät mahdollisimman saman verran puhetta. Esimerkiksi Timon pelihetkestä vertailuun valikoitui sekä matematiikkaa sisältämättömistä että matematiikkaa sisältävistä kentistä ne, jotka sisälsivät eniten sanoja. Seuraavaksi esittelen jokaisen pelaajan aineistosta nostamiani tunnuslukuja. Matematiikkapuheen suhteellista määrää vertaillakseni laskin kunkin pelikentän puheen kokonaissanamäärän ja matematiikkasanojen määrän ja laskin niiden suhteen.

## **Tuomo**

Aineistossa oli puhetta 7 kentästä, kentistä 2 sisälsi vain kuviokieltä ja 5 luokiteltiin sisältävän matematiikan symbolikieltä. Sanoja oli yhteensä 108, vähimmillään yhden kentän aikana Tuomo sanoi viisi sanaa, enimmillään sanoja oli 29 kentän aikana. Matematiikkapuheeksi luokiteltavia sanoja Tuomo käytti vähimmillään 0 ja enimmillään 9 yhden kentän aikana. Matematiikkapuhetta oli yhteensä 23 sanaa. Vähimmillään Tuomon puheesta matematiikkaa oli 0% ja enimmillään 31%.

## **Tiina**

Aineisto koostui 8 kentän pelaamisen aikaisesta puheesta. Kentistä 5 ei sisältänyt matemaattisia symboleja, 3 kentän kuvakieli sisälsi matematiikaksi luokiteltavaa kuviokieltä. Sanoja koko pelin aikana oli 240, joista matematiikkaa sisältäviä sanoja oli 24. Vähimmillään yhden kentän aikana Tiina sanoi 12 sanaa ja enimmillään 47. Matematiikaksi luokiteltavaa puhetta sisältyi jokaiseen pelikenttään, vähimmillään yksi ja enimmillään 5 yhden kentän aikana. Enimmillään Tiinan puheessa matematiikkaa oli 17% ja vähimmilläänkin 3%.

## **Tyyni**

Tyyni pelasi yhteensä 8 kenttää, joista 6 ei sisältänyt matematiikan symbolikieltä ja 2 sisälsi. Sanoja hän käytti yhteensä 233 joista matematiikkaa 27. Vähimmillään sanoja oli 6 yhden kentän aikana, ja enimmillään 54. Tyyni käytti jokaisen kentän aikana matematiikkapuheeksi luokiteltavia sanoja, vähimmillään 1 ja enimmillään 7. Suhteellisesti Tyynin puheessa oli vähimmillään 8% matematiikaksi luokiteltavia sanoja, enimmillään matematiikkaan liittyviä sanoja oli 21% puheesta.

## **Timo**

Aineistossa oli puhetta 23 kentästä, kentistä 8 sisälsi vain kuvioita ja 15 oli mukana myös matemaattisia symboleja. Kokonaisuudessaan sanoja oli 644. Vähimmillään puhetta oli 4 sanaa ja enimmillään sanoja oli kentän aikana 97. Matematiikkaan liittyviä sanoja Timon puheessa oli 66, vähimmillään kentän aikana Timo ei puhunut yhtään matematiikaksi luokiteltavaa sanaa ja enimmillään sanoja oli yhden kentän aikana 13. Vähimmillään matematiikkasanoja oli puheesta 0% ja enimmillään 29%.



## 5 Tutkimustulokset

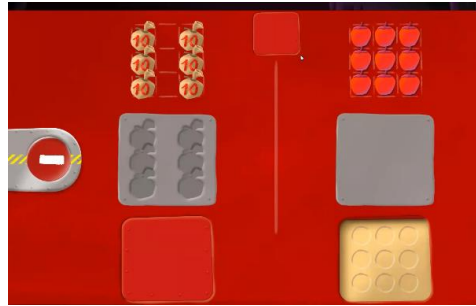
Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää, miten lapset kertovat pelaamisestaan. Tutkimuksessa kartoitettiin niitä tapoja, ja sanavalintoja, joita lapset käyttävät matemaattisia tehtäviä ratkaistessaan. Ensimmäisessä vaiheessa pyrin selvittämään, minkälaista kieltä lapset käyttivät. Kartoitin sanastoa keräämällä videotujen pelitilanteiden avulla pelaajien puhetta, kirjoittamalla sen kirjalliseen muotoon ja tunnistamalla sitten tekstistä Jenningsin ym. (1992) esimerkin mukaisesti erilaisia matemaattisiksi sanoiksi luokiteltavia sanoja. Lisäksi erittelin havaitut kielentämisen tavat verraten havaintoja luvussa 2.2 esittelemääni nelikenttään (Kuva 3).

### 5.1 Pelitilanteissa esiin nousseita tapoja kielentää matemaattista ajattelua

Pelaajat kertoivat toiminnastaan pelissä melko aktiivisesti. Puheen määrässä oli havaittavissa mahdollisesti persoonallisuuseroista johtuvaa vaikutusta, jotka havaitsin jo käymämme keskustelun aikana, ennen pelihetken tallentamisen aloittamista. Pelaajista Teija, Tiina, Tyyni ja Timo puhuivat paljon jo videopuhelumme alussa, kun taas Tuomo ja Teemu olivat huomattavan harvasanaisia jo alusta alkaen. Kaikkien osallistujien puheaktiivisuus on pelin aikana samanlainen, kuin alkukeskustelumme aikana. Tästä syystä päättelen, että puhetapa ja -aktiivisuus liittyvät osallistujan persoonallisuuteen eikä esimerkiksi jännitykseen tai siihen, etteikö pelaaja osaisi pelissä vaadittavia matemaattisia taitoja.

## Teija

Neljäsluokkalainen Teija pelasi Numbers peliä. Hän käytti pelatessaan kolmea nelikentän kielistä, symboli kieltä, luonnollista kieltä sekä toiminnan kieltä. Symbolista kieltä Teija käytti esimerkiksi kertoessaan laskutoimituksista pelin yhteydessä:

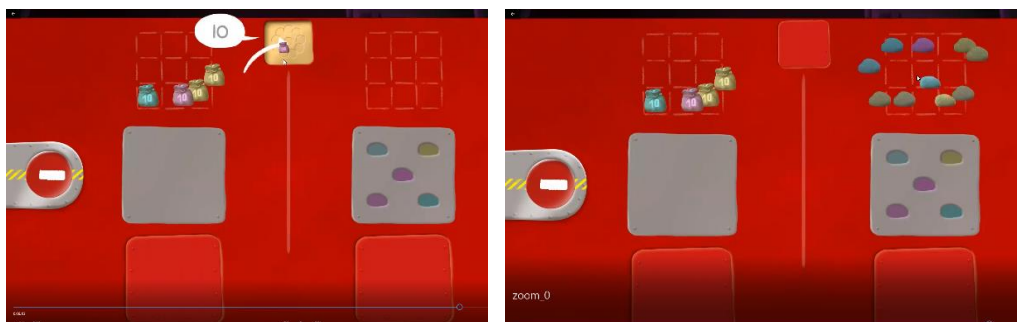


*“Laskeminen aloitetaan ykkösistä, niitä jää yhdeksän, kun niistä ei oteta mitään pois ja sitten kympit, niitä ei jää yhtään.”*

Teija kertoo osin symbolikieltä ja osin luonnollista kieltä käyttäen pelissä tehtävistä laskutoimituksista. Osa Teijan pelinaikaisesta puheesta oli luonnollista kieltä.

*”Sillä aikaa, kun omenat kypsyvät, voin käydä keräämässä niitä kiviä.”*

Toiminnan kieli yhdistyy pelissä luonnolliseen ja symbolikieleen, kun Teija kertoo allekkain laskun algoritmista ja laskutoimituksessa tehtävästä kympeistä lainaamisesta:



*”Mä hajotan yhen noista kympeistä tälle, ja sitten mä vähennän niistä viis.”*

Teija pelasi innokkaasti peliä ja kertoi oma-aloitteisesti näkemästään ja kokemastaan matemaattisesta ulottuvuudesta. Hän laski lukumääriä myös silloin, kun sitä ei erikseen ohjeistettu.

*"Mulle jää kymmenen omenaa, yhdellä kertaa kypsyy 21 omenaa, joten kun ne on kerätty mulla on 31."*

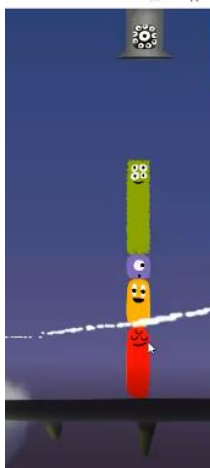
## Teemu

Viidennellä luokalla oleva Teemu pelasi BigNumbers Tikaspeliä. Hän tunnisti lukumäärät erilaisista symboleista ja käytti lukumäärien nimiä. Hän myös tunnisti ensimmäisen kentän symbolin, jossa nuolen sisällä oli "+10" ja ymmärsi, mitä se tarkoittaa. Laskutoimituksen kielentämisessä Teemu käyttää kuitenkin luonnollista kieltä, ja sanoo;



*"Sit se ottaa ton kympin tosta ja..."*

sen sijaan, että olisi sanonut esimerkiksi "kolmoseen lisätään kymmenen". Samoin kertoessaan, kuinka saa kymppinoomista kolmosen, Teemu käyttää luonnollista kieltä yhdistettynä symbolikieleen:



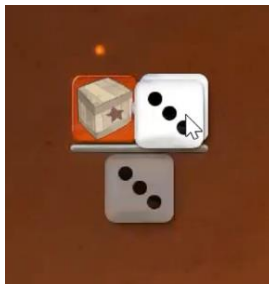
*"...eli pitää saada kolmonen, tosta, eikäku nyt tuli kuus ja neljä, ni nyt on viis ja yks, vielä vitosesta kaks pois..."*

Toiminnan kieli yhdistyy puheeseen peliruudun toiminnan kautta, Teemu selittää hetkittäin pelitoimintaansa tavalla, jonka merkitys selviää ainoastaan pelitallennetta katsomalla:

*"Ahaa, tonne pitää päästä ja tossa on tommonen..."*

## **Tuomo**

Viidesluokkalainen Tuomo pelaa Algebra 5+ - peliä. Hän tunnistaa pelissä olevat matemaattiset symbolit, ja nimeää toimenpiteet:



*"kolme jaettuna kolmella on yksi"*



*"yksi kertaa laatikko on laatikko"*

Hän puhuu sujuvasti matemaattisista laskutoimituksista niiden oikeilla nimillä pelatessaan peliä. Määrällisesti Tuomo puhuu melko vähän, häntä saa patistaa kertomaan toiminnastaan tarkemmin. Hän torjuu patistelun.

*"mutku en mä osaa sanoo"*

Puheessaan Tuomo käyttää luonnollista kieltä ja yhdistää sitä toiminnan kieleen. Tuomon toiminta on pelikentällä melko nopeatempoista, eikä puhumattomuus vaikuta johtuvan siitä, etteikö hän tietäisi mitä pelissä pitää tehdä. Toiminnassa ei ole havaittavissa epäröintiä, mikä viittaa siihen, että pelin tehtävät ovat Tuomolle melko helppoja. Kysyttäessä tehtävien vaikeudesta hän vastaa:

*"lopuksi oli kivempia, kun oli vähän vaikeempaa, mut edelleen aika helppoja"*

## **Tiina**

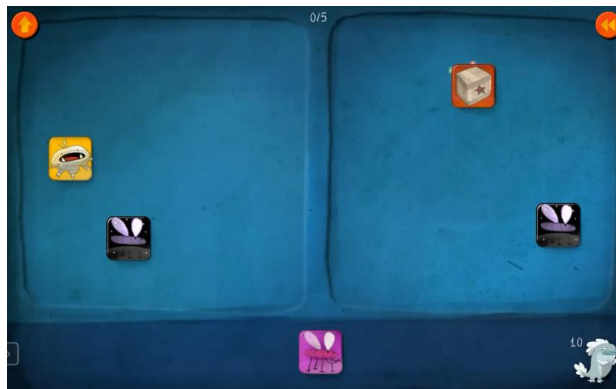
Toisella luokalla oleva Tiina pelaa Algebra 5+ peliä. Hän pelaa peliä vuorotellen siskonsa Tyynin kanssa. Tämän takia heidän tapansa nimetä kuviokorttien hahmoja on samankaltaista. Tiina käyttää pelaamisesta kertoessaan luonnollista kieltä.

*"Eli ensin pitää laittaa noi samanlaiset joissa on joku musta tai värikäspohja niin päällekkäin, ni sitte saa niistä avaruudet ja sitten vaan näpy näpy ne mustat aukot pois ja sitten saa eläimen laatikkoon."*

Hän kutsuu lukumääräkortteja korttien osoittaman lukumäärän lukusanalla. Hän myös tunnistaa näytön yläreunassa olevan siirtojen tavoitemäärää kuvaavan symbolin, jossa /-viivan toisella puolella on tavoiteltu siirtomäärä ja vasemmalla puolella pelaajan tekemien siirtojen määrä.

*"siinä on se kenoviiva ja numero"*

Toiminnastaan Tiina kertoo järjestelmällisesti, viitaten siihen, mitä tulee tehdä ensin ja mitä sen jälkeen. Hän myös kertoo mitä aikoo tehdä ennen kuin aloittaa tehtävän tekemisen.

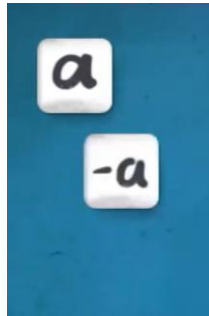


*"Eli nyt mä lisään tommosen ötökän ja yhdistän ne molemmilla puolilla. Ja sitten laatikkoon menee örkkimörkki."*

## Tyyni

Neljännellä luokalla oleva Tyyni pelaa peliä vuorotellen siskonsa Tiinan kanssa. He pelaavat Algebra 5+ peliä. Hän kutsuu lukumääräkortteja lukumäärään viittaavalla lukusanalla, mutta muuten hän ei käytä matemaattisia termejä kertoessaan toiminnastaan pelissä. Tyyni puhuu oma-aloitteisesti paljon ja antaa pelin kuviokorteissa esiintyville hahmoille nimiä, kuten *"örkkimörkki"*, *"ötökkä"* *"avaruushommeli"* ja *"jättimörkki"*. Tyynin antamat nimitykset toistuvat myös Tiinan puheessa pelin aikana.

Tyyni perustelee toimintaansa pelin aikana jonkin verran.



*“ton a:n ja miinus a:n voi yhdistää, kun ne on toistensa vastakohdat  
ihan niin kuin yö- ja päiväkortit.”*

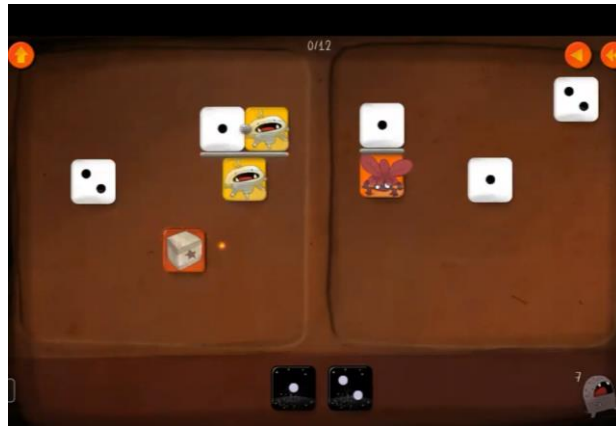
Tyynin toiminnan kieli on rauhallista ja tarkkaa, hän ei tee ylimääräisiä siirtoja. Hän sanoittaa toimintaansa samalla, kun tekee siirtoja, toiminnan kieli ja luonnollinen kieli toimivat samanaikaisesti. Tyyni kertoo kentän alussa tarkasti, mitä aikoo tehdä ja missä järjestyksessä ja vasta kerrottuaan aloittaa kuvioiden yhdistämisen.



*“Ensin mä siirrän nää ötökät täältä puolelta, missä ei ole laatikkoa, ni yhteen. Ja sitten mä siirtelen toisen puolen ötökät ja sitten se on siinä se kenttä.”*

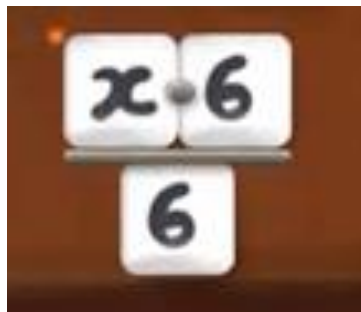
## Timo

Toisella luokalla oleva Timo pelaa Algebra 12+ peliä. Hän kutsuu lukumääriä ilmaisevia kuvioita lukumäärää vastaavalla lukusanalla, mutta toimintaa hän kuvailee luonnollisella kielellä. Toiminnan kuvailu täydentyy kuvaruudulla tapahtuvalla toiminnan kielellä, joka tosin on hetkittäin niin nopeaa ja hätäistäkin, ettei sen seuraaminen ole kovinkaan helppoa. Timon pelihetken aikana osa toiminnasta tapahtuu epäsynkronoidusti puheen kanssa, mikä saattaa selittyä videoyhteyden huonolla laadulla. Pelatessaan kenttiä, joissa on vain kuviokortteja, Timo ei erittele pelissä olevia korttien yhdistämistapoja toisistaan:



*"Noi hahmot voi yhdistää..ja sitten ne ykköset menee yhteen ja sitten tarvii vaan lisätä ykkönen mustalla pohjalla..."*

Timo nimeää toimenpiteet jako- ja kertolaskuiksi vasta, kun kuviokorttien tilalla on numeroita:



*"kuus jaettuna kuudella on yks ja yks kertaa x on x"*



Osan kentistä Timo pelaa nopeasti, puhumatta sanaakaan, tai korkeintaan käyttää luonnollista kieltä yhdistettynä toiminnan kieleen.

*"toi tonne ja tosta noin"*

Timo pyrkii suoriutumaan tehtävistä nopeasti, tehden samalla paljon hutilyöntejä, korttiin tarttumisessa ja siirtämisessä epäonnistuen, jolloin pelin tavoitesiertomäärät ylittyvät ja pelaaja joutuu palaamaan tehtävän alkuun. Vähitellen, pelin edetessä Timo hidastaa tahtia ja toiminnasta tulee tarkempaa. Timon toiminnassa on mahdollisesti havaittavissa kielentämisen tuoma hyöty ajatteluprosessiin. Kuten Joutsenlahti (2003) on tuonut esille, kielentäessään toimintaansa Timo myös itse keskittyy ajattelemaan tarkemmin pelitoimintaansa ja sen myötä jalostaa sitä parempaan suuntaan.

## 5.2 Pelin kuvakielen vaikutus pelaajan puheeseen

Tämä osio toteutettiin vertailemalla jokaisen pelaajan toimintaa eri pelikenttien välillä, joten tuloksetkin on koottu pelaajakohtaisesti omiin alalukuihinsa. Seuraavassa alaluvussa esittelen tuloksista myös yhteenvedon, jossa eri pelaajien tulokset on koottu yhteen.

### Tuomo

Pelatessaan Algebra 5+ -peliä Tuomo yhdisti jakoviivan heti alusta asti jakolaskuun. Hän kutsui myös ykkös-lukumääräkortin yhdistämistä viereiseen korttiin, johon se oli pisteellä yhdistettynä, kertolaskuksi. Tuomo hahmotti pelin matemaattisen ulottuvuuden myös niissä kentissä, joissa oli vain kuviokortteja. Tuomolle ei tuottanut ongelmaa kertoa matemaattisin termein toiminnastaan, vaikka hän itse sanoikin kokevansa, ettei hän osaa kertoa mitä tekee. Tuomo kertoi kokevansa tehtävien olevan helppoja, hänen toimintansa pelin aikana tuki tätä väitettä. Hän suoritti tehtävät melko varmoin ottein määrätietoisesti ja kertoi pyydettäessä toiminnastaan selkeästi ja täsmällisesti.

Vähimmillään Tuomo ei sanonut pelikentän aikana yhtään sanaa, jonka voisi luokitella matematiikaksi. Enimmillään sanoista 31% liittyi matematiikkaan. Suhteellisesti Tuomo puhui tutkimushenkilöistä eniten yhden kentän aikana matematiikkaa verrattuna sanomiinsa sanoihin. Suurin suhteellinen matematiikkasanojen määrä (9 sanaa 29:stä) liittyi kenttään, jossa ei ollut aluksi muuta matemaattista symbolia, kuin jakoviiva ja kertomerkki. Suhteellisesti matemaattista puhetta oli yli 20% myös kolmessa kentässä, jossa oli jakoviivojen ja kertomerkkien lisäksi lukumääräkortteja.

Tuomon kyky hahmottaa matemaattiset laskutoimitukset myös ainoastaan kuviokortteja sisältävästä kentästä saattaa liittyä siihen, että hän on 5-luokkalaisena operoinut kouluopetuksessa jo murtoluvuilla ja tehnyt erilaisia kertolaskuja. Pelin matemaattiset elementit olivat hänelle siis jo ennestään tuttuja. Pelin yhteyttä yh-

tälönratkaisuun hän ei tunnistanut, mahdollisesti siksi, ettei hän vielä ollut opetellut yhtälönratkaisua koulussa. Pelituokiomme loppupuolella kerroin hänelle yhtälönratkaisun ja pelinäköymän yhteydestä. Hän oli siitä kiinnostunut ja kertoi odottavansa, että pääsevät matematiikan opettelussa siihen asti.

*”se on kivaa, kun tulee haastetta”*

Tulkitsin Tuomon vähäpuheisuuden johtuvan pääasiassa hänen persoonallisuudesta. Hän ei vaikuttanut alkukeskustelumme aikaan kovin monisanaiselta tai puheliaalta.

## **Tiina**

Tiinan pelihetki sisälsi paljon matematiikkaan liittyviä sanoja, mutta varsinaisia matemaattisiin laskutoimituksiin viittaavia sanoja hän ei juurikaan käyttänyt. Suurin osa matematiikkaan liittyvistä sanoista liittyi toiminnan järjestykseen ja lukumääriä kuvaavien korttien nimityksiin. Näin ollen matematiikkapuhe lisääntyi luonnollisesti matematiikkaa sisältävissä pelikentissä, koska matematiikkasanat olivat korttien kutsumanimiä.

Koko pelihetken aikana Tiina puhui noin 240 sanaa, joista matematiikaksi luokiteltavia oli 24, kokonaisuudessaan hänen puheestaan siis 10% oli matematiikkasanoja. Vähimmillään yhden pelikentän aikana matematiikkasanoja oli 3% puheesta ja enimmillään 17%. Esimerkiksi pelatessaan pelikenttää, jossa ei ollut matemaattisia symboleja, Tiina käytti vain kolme kertaa matematiikkaan liitettävää sanaa, kun kokonaissanamäärä oli 36. Verrattain huomattavasti enemmän matematiikkaa oli havaittavissa kentästä, jossa oli lukumääriin viittaavia kortteja, tällöin matematiikkaa oli 5 sanaa 29:stä.

Tiina puhui oma-aloitteisesti ja paljon. Hän malttoi kertoa mitä aikoo tehdä ja miten, ennen kuin aloitti korttien siirtelyn. Hän käytti värikästä kieltä, osin siskonsa Tyynin vaikutuksesta ja osin myös keksien itse korteille nimityksiä ja toiminnalleen tarkoituksia.

*”näpy näpy nää mustat aukot pois”*

Laskutoimituksista jakolaskut ja yhtälönratkaisu eivät olleet Tiinalle entuudestaan kovinkaan tuttuja matematiikan kouluopetuksesta, joten niihin liittyvien toimintojen sanoittaminen luonnollisella kielellä oli odotettavaa.

## **Tyyni**

Tyyni puhui paljon ja käytti kaikissa kentissä matematiikan kieleksi luokiteltavia sanoja. Vähimmilläänkin matematiikkaa oli 8% puhutuista sanoista. Suhteessa koko pelin aikaiseen puheeseen, jota oli noin 233 sanaa, Tyyni puheessa oli 12% matematiikkasanoiksi luokiteltavia sanoja, yhteensä siis 27. Enimmillään yhden kentän matematiikkasanat muodostivat 21% kokonaissanamäärästä.

Tyyni käytti värikästä kieltä ja antoi jokaiselle kortille jonkun nimityksen, lukumääräkortteja hän kutsui lukusanoilla, ja se osaltaan lisäsi matematiikkasanojen laskennallista määrää puheessa. Hän myös kertoi järjestelmällisesti toiminnastaan sekä ennen toiminnan aloittamista että suorittaessaan kentän tehtäviä. Kertoessaan aikomuksistaan hän kertoi mitä aikoo tehdä ensin ja miksi. Tämä tehtäväjärjestyksen ilmaisu lisäsi osaltaan matematiikkasanojen määrää, koska luokittelussa merkattiin sanat ”ensin” ja siihen liittyvä ”sitten” matematiikan puheeksi.

## **Timo**

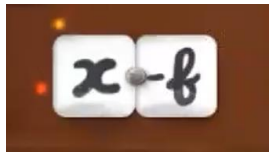
Alun hätäisen pelityylin rauhoituttua hiukan, Timo puhui pelatessaan melko paljon. Hän käytti runsaasti toimintaan liittyvää luonnollista kieltä, puheessa toistuvat sanat ”tälleen”, ”toi”, ”tohon”, joista ei videosta irrotettuna voinut päätellä, mihin sanat liittyivät. Kuitenkin pelin edetessä Timo kutsui lukumääräkortteja lukumääriä osoittavilla numeraaleilla ja kuvioiden vaihduttua numeroiksi Timo tunnisti oma-aloitteisesti myös jakolaskun. Kuvioilla tehdyt jakolaskutoimitukset Timo nimisi yhdistämiseksi, eikä tehnyt eroa siihen, miten kortit yhdistyivät toisiinsa. Osittain oli havaittavissa, ettei Timo varsinaisesti tunnistanut toisistaan tilanteita,

milloin yhdistäminen vaati vastakohtakorttia, ja milloin yhdistäminen tapahtui jakolaskun kautta, jolloin kuvioiden tuli olla samanlaiset. Tämä voi johtua siitä, ettei Timo 2-luokkalaisena ole vielä opiskellut matematiikkaa niin pitkään että käsitteet ja laskutoimitukset olisi riittävän tuttuja.

### 5.3 Yhteenveto

Tutkimuksessa havaittiin pelaajien kielentävän matematiikkaa lähes kaikilla kuvi-  
ossa 3 esitellyillä nelikentän kielillä. Yleisimmin käytössä oli luonnollinen kieli,  
joka yhdistyi havaittavaan toiminnan kieleen pelaajan jakaessa näytönäkymänsä  
videopuhelun aikana. Symbolikieli, etenkin numerot, aktivoivat pelaajia puhu-  
maan matematiikkaa ja jossain määrin symbolikieli jopa edesauttoi pelaajaa hah-  
mottamaan toimintansa matemaattisen ulottuvuuden.

Yksi nelikentän kielistä, kuviokieli, oli peleissä läsnä pelikentän kautta, mutta pe-  
laajat eivät varsinaisesti tuottaneet mitään kuviota pelin aikana. He kuitenkin tun-  
nistivat ja nimesivät näkemiään kuvioita;



*"noi on pilkulla yhdistetty" Timo*

Pelaajien puheessa esiintyi usein lukumääriin viittaavia sanoja, numeraaleja, ku-  
ten ykkönen, vitonen jne.

*"Siirrän viereisen päälle, niin ykkönen häviää." Timo*

*"Ahaa...tossa on avain, eli 83" Teemu*

Pelaajat käyttivät puheessaan jonkin verran matemaattisiin laskutoimituksiin liittyviä sanoja; laskea, jaetaan, kerrotaan, yhteensä.

*"Nää pitää laskea yhteen." Teija*

*"Kuus jaettuna kuudella on yksi." Timo*

*"Laatikko kertaa arpakuutio silmäluvulla yksi (on laatikko)." Tuomo*

*"Tarvitsen 47 omenaa, mulla on 57, eli mulle jää 10." Teija*

Viitaten Koskisen (2014) esiin tuomaan ajatukseen siitä, että oppilaan matemaattinen puhe sisältää käsitteiden lisäksi sekä oppilaan arkipuhetta että edellä mainittujen yhdistelmiä, valikoin matemaattisiksi ilmaisuiksi myös arkikielisempiä ilmauksia. Niitä oli havaittavissa monen pelaajan puheessa.

*"Aa..ne vaan hävis, no niinhän nolla tekee." Timo*

*"Mä rakennan tosta (ykkösistä) kolmosen" Teemu*

*"Mä saan yhdistettyä nää ykköset toisiinsa (kertolaskussa)" Tuomo*

*"Niistä tuli 57." Teija*

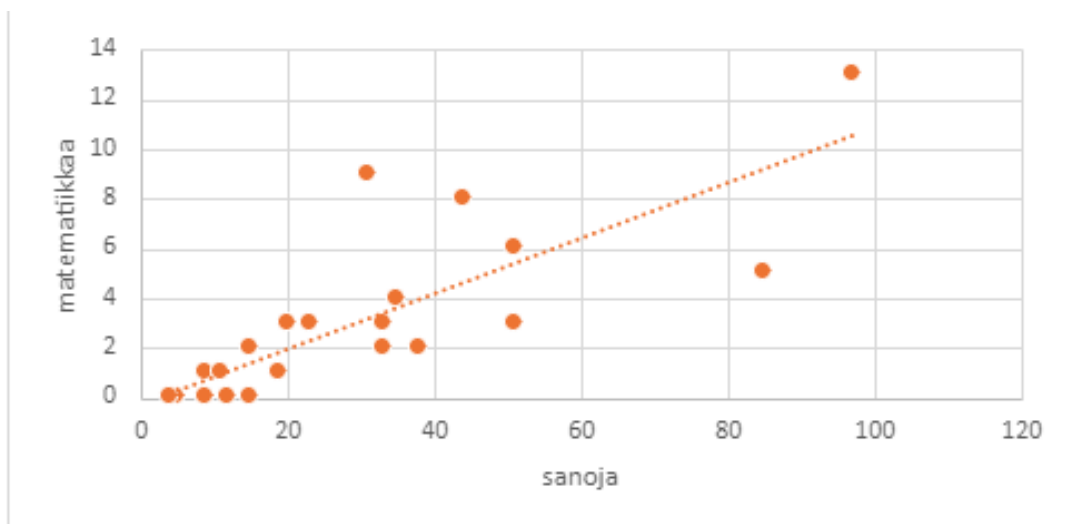
Lisäksi pelaajien puhe sisälsi viittauksia aikajärjestykseen;

*" ensin mä jaan kolmosella ja kerron ykkösellä, tulee yksi ja sitten mä saan yhdistettyä nää kaks ykköstä toisiinsa." Tuomo*

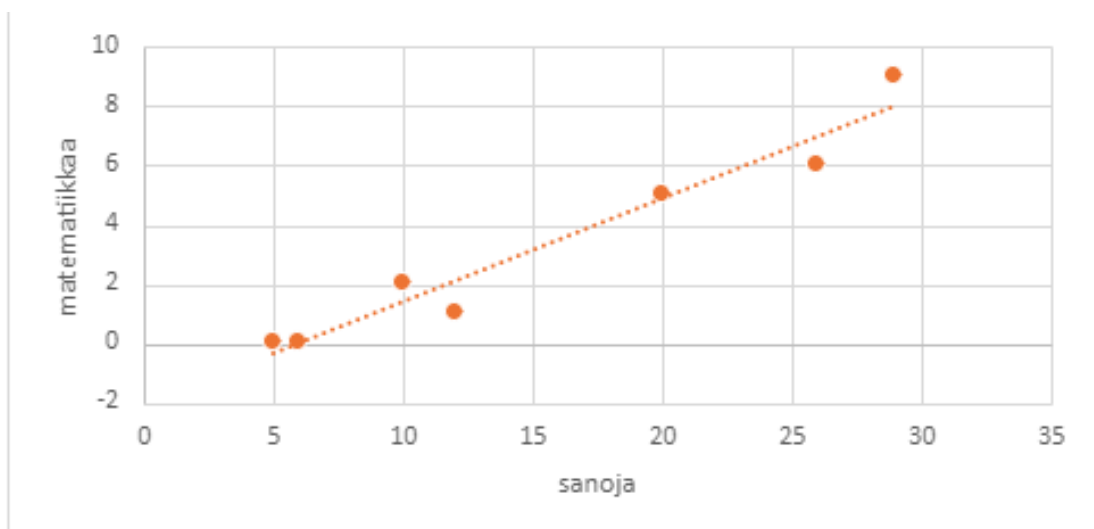
Sekä asioiden ominaisuuksiin;

*"Ne on toistensa vastakohdat" Tiina*

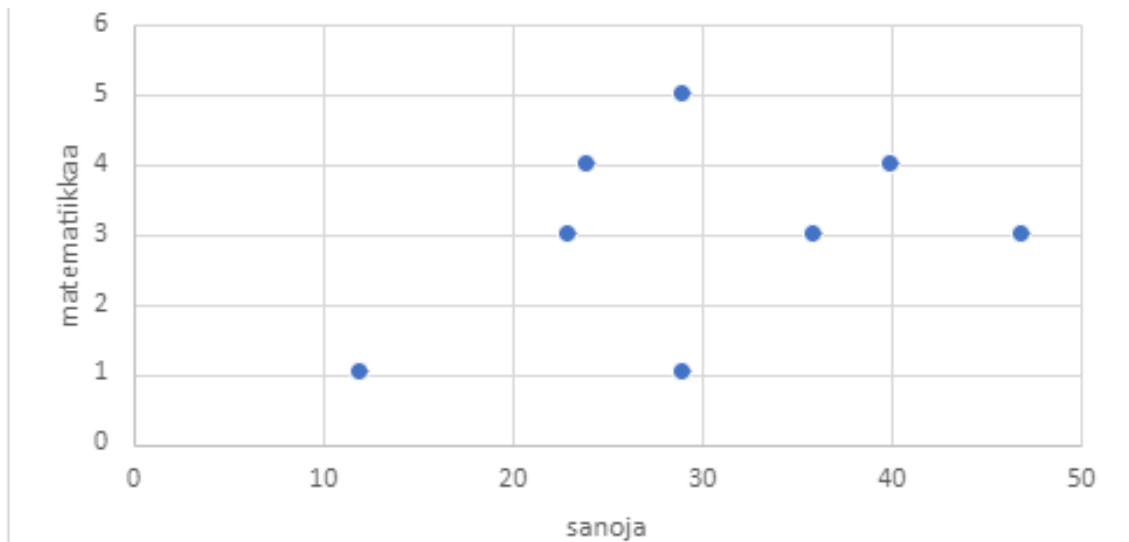
Aineistoa tutkiessa esiin nousseista tunnusluvusta voisi olla pääteltävissä, että joissain tilanteissa sanamäärän lisääntyessä myös matematiikkapuhetta sisältävät sanat lisääntyvät. Seuraavissa kuvioissa on esiteltynä jokaisen pelaajan kokonaissanamäärien ja matematiikkasanojen yhteys.



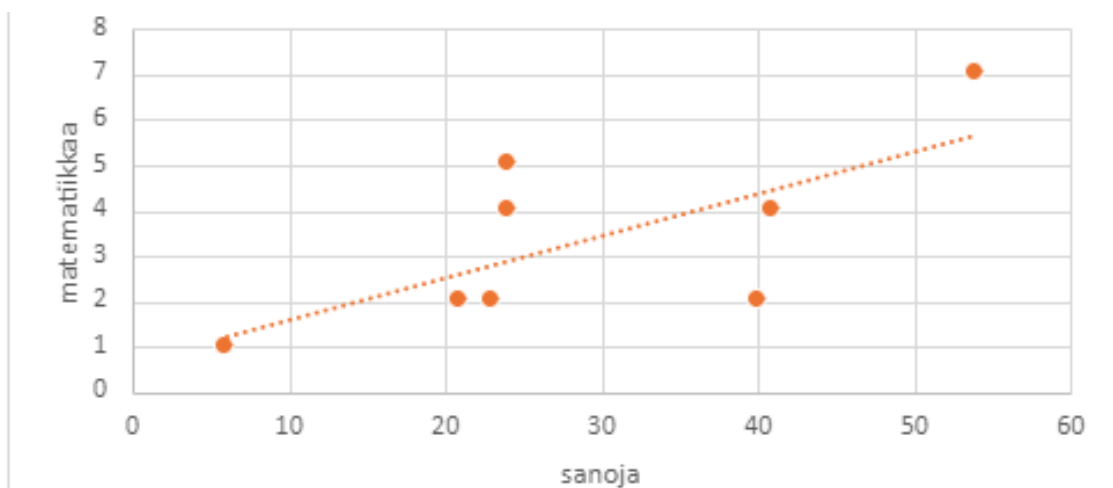
Kuvio 8. Timon sanamäärän ja matematiikkasanojen yhteys, jotka ovat vahvasti yhteydessä toisiinsa



Kuvio 9. Tuomon sanamäärän ja matematiikkasanojen yhteys, jotka ovat vahvasti yhteydessä toisiinsa



Kuvio 10. Tiinan sanamäärien ja matematiikkasanojen kertymät, jotka eivät korreloi keskenään.



Kuvio 11. Tyynin sanamäärien ja matematiikkasanojen yhteys, jotka ovat vahvasti yhteydessä toisiinsa.

Kuten edellä esitellyistä kuvioista käy ilmi, voikin siis olla, että matematiikkapuheen määrään vaikuttaa kokonaispuheen määrä, ei niinkään pelikentän kuvallisen ilmaisun symboliikka. Toisaalta voi olla, että pelaaja puhuu enemmän tietäessään kuvioille nimet ja nimetessään matemaattisia symboleja samaan tyyliin kuin kuviokortteja näkemänsä perusteella, hän tulee puhuneeksi matematiikkaa tarkoittamattaankin.



## 6 Luotettavuus

Kuten laadullisen tutkimuksen luotettavuudessa yleisesti, myös tässä tutkimuksessa on pyritty takaamaan luotettavuus tekemällä kaikki työvaiheet mahdollisimman näkyviksi (kts. esim. Suoranta & Eskola 2008). Olen pyrkinyt perustelemaan valintani ja työn vaiheet sekä itselleni kriittisesti asioita reflektoiden, että tekstissä lukijalle.

Aineiston koko olisi toki voinut olla suurempikin. Tein kuitenkin päätöksen 6 tutkittavan riittävydestä aineiston alkaessa toistamaan itseään. Eteenkin pelaajat, jotka pelasivat samaa peliä, kielensivät toimintaansa hyvinkin samankaltaisesti. Myös muiden pelitilanteiden antama informaatio oli työn laajuuteen ja tavoitteisiin nähden riittävän laaja. Koska laadullisen tapaustutkimuksen tavoite on kuvata yksittäisiä tapauksia ja niiden kautta lisätä tutkittavan ilmiön ymmärrystä (Suoranta & Eskola, 2008), ei laajempi aineisto olisi nähdäkseni antanut lisätietoa tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden tavasta kielentää pelitilanteitaan.

Eteenkin aineiston kvantifioinnin yhteydessä otoksen koko olisi toki voinut olla suurempi, ja pelitilanteiden puhe runsassanaisempaa, mutta olosuhteisiin nähden aineisto on nähdäkseni myös kvantitatiivisen osuuden kohdalla työn laajuuteen nähden riittävä. Pienten aineistojen kvantifioinnissa jo kolme tapausta riittää (Metsämuuronen, 2011). Tässä tutkimuksessa kvantifioitua aineistoa tulkittiin laadullisesti peilaamalla tuloksia luvussa 2 esiteltyyn teoriapohjaan. Kuten Metsämuuronen (2011) tuo esiin, määrällinen aineisto tarjoaa ihmistieteissä tulkinnoille vahvistusta, luvut itsessään eivät kerro mitään, tutkijan tulee tulkita luvuista nousevan informaation merkitys tutkittavalle ilmiölle. Tutkija siis kielentää analyysissään sen tiedon, jonka tulkitsee näkevänsä lukujen avulla. Muuttujien yhteyksiä selvittäessä ristiintaulukoinnilla, ei kaikissa soluissa ollut viittä muuttujaa, jota yleisesti pidetään testin luotettavuuden kannalta miniminä, kuitenkin Metsämuuronen (2011) tuo kirjassaan esiin, ettei matemaattisen operaation kannalta muuttujien minimimäärällä ole merkitystä. Tässä tutkimuksessa pyrin tuomaan näkyviin erilaisia tapoja kielentää enkä luomaan yleistettävää mallia kielentämisestä, näin ollen olen ottanut aineiston pienuuden huomioon tuloksissa sekä päätelmissä.

Koska tutkimukseni pääasiallinen tutkimusmetodi oli laadullinen tapaustutkimus, olen arvioinut luotettavuutta enimmäkseen laadullisen tutkimuksen laatukriteereistä käsin. Nämä laatukriteerit liittyvät tulosten siirrettävyyteen, arviointiin ja vahvistettavuuteen (mm. Tuomi & Sarajärvi, 2002). Toinen syy luotettavuuspohdinnan keskittymiseen lähinnä laadullisen tutkimusmetodin luotettavuuteen on se, että tapaustutkimuksen arvioinnissa on tapana painottaa laadullisen tutkimuksen arviointiin liittyviä asioita (Saaranen-Kauppinen & Puusniekka, 2006).

Videoitujen pelitilanteiden litterointi ja alustava analyysi toteutettiin useassa erässä ja toistettiin noin kuukauden kuluttua (Vienola, 2005). Näin koottu litteroitu kokonaisuus muodosti osan tämän tutkimuksen lähdeaineistosta. Tällä toimintamallilla pyrin varmistamaan aineiston käsittelyn luotettavuuden ja uskottavuuden, koska minulla ei ollut mahdollisuutta käyttää aineiston analyysissä toisen analysoijan apua (Vienola, 2005).

Aineiston käsittelyssä olen pyrkinyt huolellisuuteen. Olen tallentanut tiedostot omalle koneelleni nimettömänä, koodaten kunkin pelitilanteen työssä käyttämieni nimien avulla. Koneeni on suojattu salasanalla, eikä sitä käytä muut kuin minä. Alkuperäiset videot ja äänitiedostot poistan koneelta työni valmistuttua.

Tämän tutkimuksen aineiston rajallisuuden takia laajempia tilastollisia tutkimuksia ei voitu suorittaa, eikä johtopäätöksiä nyt tehdyistä sanamäärien vertailuista voi yleistää koskemaan laajempaa populaatiota. Kyseiset tapaukset kertovat vain ilmiön ilmenemismuodoista näissä tapauksissa, niistä voi toki saada osviittaa muihinkin tilanteisiin, mutta tilastollista näyttöä yleistettävyyden oikeellisuudesta ei tämän aineiston ja tutkimuksen perusteella voida muodostaa.

Aineiston kvantifiointi on tehty sisältöä erittelemällä. Analyysissä on pyritty tuomaan esiin siitä nousevia teemoja johdonmukaisesti, välttämällä ennako-oletuksiin jumiutumista. (Jyrhämä, 2004.) Aineiston laajuuden lisäksi aineiston luokittelun valinnat saattavat vaikuttaa tuloksiin. Luokittelu herätti paljon kysymyksiä. Kuinka rajata matematiikka pelinäkymästä, joka kokonaisuudessaan käsittelee yhtälönratkaisua ja koko pelin ajatuksen takana on matemaattisen prosessin ymmärrys.

Kuinka määritellä matematiikkapuhe, riittääkö Ramanin (2014) määritelmä, joka suppeudessaan rajaa puhekieliset ilmaisut osin määritelmän ulkopuolelle. Ja mikäli puhekieltä ei rajaa kokonaisuudessaan ulos, kuinka erotella matematiikkaan viittaava sana matematiikkaan viittaamattomasta sanasta. Näihin, ja moniin muihinkin pohdintoihin hain vastauksia teorialuvussa esitellyistä aineistoista. Ramanin (2014) suppean matematiikkapuheen lisäksi luokittelin aineistosta Joutsenlahden ja Rättyän (2014) nelikenttää hyödyntäen myös puhekielisempiä ilmauksia, joiden koin liittyvän matemaattisiin toimenpiteisiin. Koska näin syntynyt aineiston luokittelu on oman pohdintani subjektiivinen tuotos, ei siirrettävyys välttämättä täysin toteudu. Olen kuitenkin pyrkinyt avoimuuteen ja tehnyt päätökseni näkyviksi prosessin aikana, joten lukija voi pohtia, tekisikö hän samansuuntaisia tai eroavia päätelmiä samoista havainnoista.

## 7 Pohdintaa

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli tutustua siihen, kuinka eräät ala-asteikäiset oppilaat kielentävät toimintaansa matematiikkapeliä pelatessaan. Puheista havaittiin Joutsenlahden ja Rättyän (2014) mallin mukaisesti neljää eri kieltä, symbolinen kieli, toiminnan kieli, luonnollinen kieli sekä kuviokieli. Kuviokieli oli pelitilanteissa läsnä visuaalisen ympäristön kautta. Pelaajat eivät tuottaneet pelien aikana kuvioita, mutta oli havaittavissa, että he tunnistivat kuvioita pelikenttien visuaalisesta ilmeestä.

Kuviokieli osoittautui kuitenkin tutkimuksessani monitulkintaiseksi ja osittain vaikuttaisi siltä, etteivät ainakaan kaikki pelaajat täysin hahmottaneet pelin visuaalisen ilmeen kaikkia matemaattisia ulottuvuuksia. Toisaalta voidaan ajatella, ettei visuaalisen ilmeen liittäminen matematiikkaan olekaan varsinkaan alussa lapsen pelissä keskeisintä. Kuitenkin tulevana opettajana koin tarpeelliseksi ohjata pelaajien huomiota myös esimerkiksi Algebra-pelien yhteydessä tasapainoon.

Kuten Koskinen (2016) on tuonut esiin, matematiikka on joustava käsitejärjestelmän käyttöön liittyvä prosessi. Myös tässä tutkimuksessa toiminnan joustavuus ja moniulotteisuus tuli selkeästi esiin havaittujen erilaisten kielentämisen tapojen ja eri kielten yhdistelmien kirjossa. Pelaajien kielentämisestä oli havaittavissa viittauksia kaikkiin Aunion (2008) esittelemistä matemaattisten taitojen osa-alueista. Lisäksi kuviossa 2 esitellyt matemaattisten taitojen osa-alueet olivat läsnä pelien visuaalisessa ulkomuodossa, joten ne olivat pelin kautta myös läsnä pelitilanteissa. Yhden pelikerran pohjalta on mahdotonta sanoa, oppiiko lapsi pelatessaan uusia matemaattisia asioita. Ainakin matemaattisten toimintojen tunnistaminen vaikutti tapahtuvan herkemmin niiden oppilaiden pelitilanteissa, joissa pelaaja oli harjoitellut samoja laskutoimituksia myös pelin ulkopuolella.

Pelitilanteissa puheen määrään vaikutti pelaajan persoonallisuus. Ujot tai vähäsanaiset pelaajat puhuivat pelitilanteessa vähemmän kuin ne pelaajat, jotka pelin ulkopuolellakin ovat aktiivisempia puhumaan ja innokkaampia osallistumaan keskusteluun. Kuitenkin kaikki osallistujat, persoonallisuudestaan riippu-

matta puhuivat tutkimuksen yhteydessä oma-aloitteisesti ja käyttivät jonkin verran matemaattisia termejäkin. Kuten Joutsenlahti on artikkeleissaan (mm. 2003, 2018) tuonut esille, kaikenlaiset oppijat hyötyvät kielentämisestä. Esimerkiksi peliä nopeasti ja hätäisesti pelannut Timo hyötyi tulkintani mukaan kielentämistehävästä. Sen seurauksena hän alkoi nähdäkseni keskittyä tehtävän pohtimiseen ja pysähtyi miettimään ratkaisujaan yritys-erehdys-strategian sijaan. Tässä tilanteessa tapahtui siis, kuten Joutsenlahti (2019) on Tampereen yliopiston luentodiasarjassaan tuonut esiin:

*Saa opiskelijat puhumaan matematiikasta – saat opiskelijat ajattelemaan matematiikkaa.*

Voikin siis olla, että saadessani Timon puhumaan toiminnastaan, sain hänet ajattelemaan toimintaansa ja kun siihen lisättiin matemaattiseen prosessiin ohjailevia kysymyksiä, myös ajatukset kohdentuivat pelin matemaattiseen ulottuvuuteen kuvien sijaan. Näin pelitilanteet ohjasivat Timon toimintaa kohti ymmärtävää oppimista (vrt. Koskinen 2016).

Pelien pelaaminen niin, että oppilaat kertovat toiminnastaan pelatessaan, voisi antaa opettajalle tärkeää tietoa oppilaan ajattelusta (vrt. Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Samalla ääneen puhuminen auttaisi oppilasta jäsentämään pelitoimintaansa sekä itselleen että kuulijoille. Ääneen puhutut ajatukset auttavat ajattelijaa itseään jäsentämään ajatteluaan eteenpäin (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018). Kun ajatukset jalostuvat puheen kautta, myös sisällön ymmärrys lisääntyy ja oppilaat oppivat mielekkäällä tavalla käsitteen ymmärrystä (Koskinen, 2016).

Pelin avulla voidaan uskoakseni rakentaa siltaa käsitetiedon ja menetelmätiedon välille. Tämä voisi osaltaan helpottaa nykytilannetta, jossa matematiikan taidoissa nämä kaksi osa-aluetta jäävät herkästi erillisiksi (Laitinen ym. 2015) ja siksi kokonaiskuvaa matematiikasta tiedonalana ei muodostu. Pelitilanteita analysoidessani pysähdyin miettimään, kuinka paljon pelitilanteiden hyödyt ovat riippuvaisia siitä ympäristöstä, jossa peliä pelataan? Onko vaarana, että mikäli oppilas jää pelin kanssa yksin, ei kielentämistä ja ajattelun kehittymistä välttämättä tapahdu? Näkemykseni mukaan, tilanteeseen tarvitaan joku, joka ohjaa pelaajaa

puhumaan ja siten ajattelemaan. Ehkä opettaja tai muu aikuinen, joka osaa sanoittaa pelin kulkua tuoden matemaattista ulottuvuutta esiin ja näin luoden siltoja pelimaailman ja matematiikan kielen välille. Näin toimiessaan hän samalla vois auttaa pelaajaa yhdistämään myös matematiikan tiedollisia ja taidollisia ulottuvuuksia toisiinsa.

Jatkossa olisi mielenkiintoista tutkia laajemmin, ovatko pelin kuvakieli ja matemaattikkapuhe yleisemmin yhteydessä toisiinsa. Tätä tutkimusta varten tulisi koota laajempi aineisto ja esimerkiksi kerätä havaintoja samojen pelaajien pelinaikaisista puheista useamman kerran seurantajakson aikana. Saatuja tuloksia voitaisiin hyödyntää esimerkiksi pedagogisten pelien kehittämisessä sekä opettajien koulutuksessa. Lisäksi voisi olla hyödyllistä tutkia, minkälaisilla toimilla opettajat tai muut aikuiset voisivat auttaa oppilasta havaitsemaan matemaattisia ulottuvuuksia pelitilanteessa kuitenkin säilyttäen pelin motivoivan ulottuvuuden.

## Lähteet

Adu-Gyamfi, K., Bossé M.J. & Faulconer J. (2010). Assessing Understanding Through Reading and Writing in Mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 2010.

Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience*, 9, 278–291.

Aunio, P., (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua, NMI-bulletin, 2008, Vol 18, No4. Niilo Mäki – säätiö.

Aunio, P. & Räsänen, P., (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, DOI: 10.1080/1350293X.2014.996424, Routledge.

Aunola, K. & Nurmi, J.-E., (2018). Matemaattisten taitojen kehittyminen kouluiässä, teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen P. (toim.) 2018, *Matematiikan opetus ja oppiminen*, Niilo Mäki Instituutti, Porvoo.

Burke, A., (2011). Group Work: How to Use Groups Effectively, *The Journal of Effective Teaching*, Vol 11, No. 2, 2011, 87 – 95.

[https://uncw.edu/jet/articles/vol11\\_2/burke.pdf](https://uncw.edu/jet/articles/vol11_2/burke.pdf) viitattu 27.11.2020

Burton, L. (2002) Children's mathematical narratives as learning stories, *European Early Childhood Education Research Journal*, 10:2, 5-18.

DragonBox-koulu oppimateriaalit, [www.dragonbox.fi](http://www.dragonbox.fi)

Eskola, J. & Suoranta, J. (2008). *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. 8.painos. Jyväskylä: Gummerus.

Forehand, M. (2005). Bloom's Taxonomy: Original and Revised. In M. Orey (Ed.), *Emerging Perspectives on Learning, Teaching, and Technology*.

[https://textbookequity.org/Textbooks/Orey\\_Emergin\\_Perspectives\\_Learning.pdf](https://textbookequity.org/Textbooks/Orey_Emergin_Perspectives_Learning.pdf)

Gaillard, N. D. (2018). The Impact Of Number Talks On Third-Grade Students' Number Sense Development And Mathematical Proficiency. (Doctoral dissertation).

<https://scholarcommons.sc.edu/etd/4844>

Hannula, M. S. & Holm, M.E., (2018), Oppilaan matematiikkakuva oppimistuloksena ja oppimisen taustatekijänä, teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen P. (toim.) 2018, Matematiikan opetus ja oppiminen, Niilo Mäki Instituutti, Porvoo.

Hassinger-Das, B. Jordan, N. C., Dyson, N., (2015), Reading stories to learn math, Mathematics Vocabulary Instruction for Children with Early Numeracy Difficulties, The Elementary school journal, 2015, vol. 116, No 2, the University of Chicago.

Halinen, I., Hotulainen, R., Kauppinen, E., Nilivaara, P., Raami, A., & Vainikainen, M-P. (2016). Ajattelun taidot ja oppiminen. Juva: Bookwell.

Jamison, R. (2000). Learning the Language on Mathematics. Language and Learnin Across the Disciplines, Volume 4, Number 1, 2000.

<https://wac.colostate.edu/docs/llad/v4n1/jamison.pdf> viitattu 21.11.2020

Jennings, C.M., Jennings, J.E., Richey, J., Dixon-Krauss, L., (1992), Increasing Intrest and Achievement in Mathematics Through Children's Literature, Early Childhood Research Quarterly, 7, 263-276.

Joutsenlahti J. (2003). Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa Virta A. & Marttila O. (toim.) (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposium 7.2.2003). Turku: Turun opettajankoulutuslaitos, 188–196. (Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72).

Joutsenlahti, J. (2009). matematiikan kielentäminen kirjallisessa työssä. Teoksessa Raimo Kaasila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.-8.11.2008. Rovaniemi: Lapin yliopisto, 71 – 86. Lapin yliopiston kasvatustieteen raportteja 9.

Joutsenlahti, J. (2019). Matemaattisen ajattelun kielentäminen, diasarja, jaettu 29.4.2019, Tampereen yliopisto.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2015). Kielentäminen matematiikan ja äidinkielen opetuksen kehittämisessä, teoksesta Kaartinen, T. (toim.) (2015): Monilukutaito kaikki kaikessa. TamPub – The Institutional Repository of University of Tampere.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. (2017), Multimodal Languaging as a Pedagogical Model - A Case Study of the Concept of Division in School Mathematics, in Education Sciences, 2017, 7,9, MDPI.

<http://www.mdpi.com/journal/education> viitattu 12/2020

Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. (2014): Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa Kauppinen, M, Rautiainen, M. & Tarnanen, M. (toim.) (2015) Rajaton tulevaisuus Kohti kokonaisvaltaista oppimista. Ainedidaktiikan symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014. Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja Ainedidaktisia tutkimuksia 8. Jyväskylän yliopisto.



Joutsenlahti, J., Sarikka, H., Kangas, J. & Harjulehti, P. (2013). Matematiikan kirjallinen kielentäminen yliopiston matematiikan opetuksessa. Teoksessa Hähkiöniemi, M., Leppäaho, H., Nieminen, P. & Viiri, J. (toim.) Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish >Mathematics and Science Education Research Association, Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran konferenssijulkaisu 2012. Jyväskylä University Printing House, Jyväskylä.

Joutsenlahti, J. & Tossavainen T. (2018), Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa, teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen P. (toim.) (2018), Matematiikan opetus ja oppiminen, Niilo Mäki Instituutti, Porvoo.

Koskinen, R. (2016). Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana: systemaattinen analyysi Journal for Research in Mathematics Education aikakauslehden artikkelien pohjalta. Helsinki: Helsingin yliopisto.

Laitinen, M., Rantamäki, H., & Joutsenlahti, J. (2015). Puhutko matematiikkaa? Teoksessa T. Kaartinen (Toim.), Monilukutaito kaikki kaikessa. Tampere: Tampereen yliopiston normaalikoulu. Tampereen Yliopistopaino Oy - Juvenes Print.

Leppäaho, H. (2018). Ongelmanratkaisun opettamisesta, teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen P. (toim.) (2018), Matematiikan opetus ja oppiminen, Niilo Mäki Instituutti, Porvoo

Jyrhämä, R. (2004). *Sisällön erittelyn mahdollisuuksia. Taulukkolaskentaohjelma analysoinnin apuna*. Teoksessa P. Kansanen & K. Uusikylä (toim.) *Opetuksen tutkimuksen monet menetelmät*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Metsämuuronen, J., (2011). Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä 2, e-kirja, Tutkijalaitos, International Methelp Oy, Helsinki.

Opetushallitus, (2014), Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, 2014, saatavilla: [https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf) (viitattu 14-12-2020.)

Price, G. R., & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, causes, and treatments. *Numeracy*, 6(1), article 2.

Purpura, D., Napoli, A., Wehrspann, E., Gold, Z. (2017), Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention, Journal of Research on Educational Effectiveness, vol. 10, (2017), Issue 1, Taylor & Francis Online, 116 – 137.

Ramani, G.B., Rowe, M.L., Eason S.H., Leech, K.A., (2014), Math talk during informal learning activities in Head Start families, *Cognitive Development* 35 (2015) 15-33. Elsevier.

Ruusuvuori, J., Nikander, P. & Hyvärinen, M. (2010). Haastattelun analyysin vaiheet. Teoksessa: Ruusuvuori, J., Nikander, P. & Hyvärinen, M. (2010). Haastattelun analyysi. Tampere: Vastapaino.

Saaranen-Kauppinen, A. & Puusniekka, A. (2006). KvaliMOTV - Menetelmäopetuksen tietovaranto [verkkajulkaisu]. Tampere: Yhteiskuntatieteellinen tietoarkisto [ylläpitäjä ja tuottaja].

<https://www.fsd.tuni.fi/menetelmaopetus/> Viitattu 18.03.2021

Saarela-Kinnunen M, Eskola J. (2001). Tapaus ja tutkimus = tapaustutkimus? Julkaisussa: Aaltola J, Valli R, (toim.) (2001). *Ikkunoita tutkimusmetodeihin I. Metodien valinta ja aineiston keruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle*, s. 158-169. Jyväskylä: PS-kustannus. Chydenius-Instituutin julkaisuja 2.

Sample, L. (2009). Oral and written communication in classroom mathematics, Auction research project, Paper 41, University of Nebraska – Lincoln.

<http://digitalcommons.unl.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1052&context=mathmidaction> research viitattu 11/2020

Sarikka, H. (2014). Kielentäminen matematiikan opetuksen ja oppimisen tukena, diplomityö, Tampereen teknillinen yliopisto.

<https://dspace.cc.tut.fi/dpub/bitstream/handle/123456789/22122/Sarikka.pdf?sequence=3> viitattu 11/2020

Toivola, M ja Härkönen, T. (2012) Yläkoulun matematiikka, avoin oppikirja,

[www.avoinoppikirja.fi/mat-ylakoulu](http://www.avoinoppikirja.fi/mat-ylakoulu) viitattu 15.3.2021

Tossavainen, T. (2008). Matematiikan kieliaspekti ja matematiikkakuva, teoksesta Niikko, Anneli & al. (toim.): Oppimista, opetusta ja monitieteisyyttä – Kirjoituksia kuninkaankartanonmäeltä.

<http://sokl.uef.fi/verkkajulkaisut/monitiet/pdf/tossavainen.pdf>, viitattu 11/2020

Tuomi, J., & Sarajärvi, A. (2002). Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

van den Heuvel-Panhuizen, M., van den Boogaard, S., Doig, B., (2009). Picture books stimulate the learning of mathematics, *Australasian Journal of Early Childhood*, Vol. 34, No 2, 2009.

Vienola, V. (2005). Videon käyttö tutkimuksen apuvälineenä. Verkkojulkaisu, saatavilla osoitteessa; <http://sokl.uef.fi/verkkojulkaisut/tutkivaope/vie> viitattu 18.3.2021

Vygotski, L.S. (1982) Ajattelu ja kieli, Weilin+Göös, Espoo